2016年上海市虹口区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共6题，每题4分，满分24分）

1．$(-2)^3$的计算结果是（　　）

A．6　　B．－6　C．－8　D．8

2．下列根式中，与$\sqrt{3}$是同类二次根式的是（　　）

A．$\sqrt{24}$ B．$\sqrt{12}$ C．$\sqrt{\frac{3}{2}}$　D．$\sqrt{18}$

3．不等式2x+4≤0的解集在数轴上表示正确的是（　　）

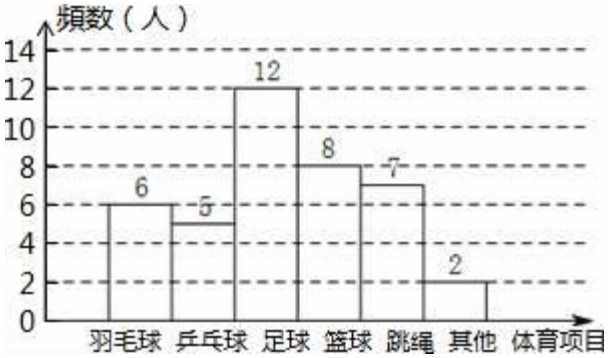
A．

B．

C．

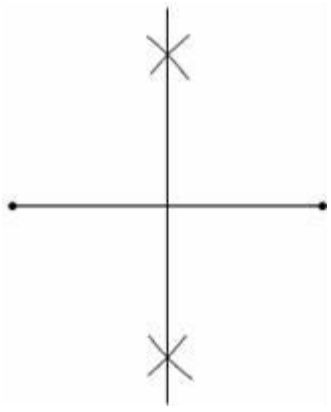
D．

4．李老师对某班学生“你最喜欢的体育项目是什么？”的问题进行了调查，每位同学都选择了其中的一项，现把所得的数据绘制成频数分布直方图（如图）．如图中的信息可知，该班学生最喜欢足球的频率是（　　）



A．12　B．0.3　C．0.4　D．40

5．如图所示的尺规作图的痕迹表示的是（　　）



A．尺规作线段的垂直平分线

B．尺规作一条线段等于已知线段

C．尺规作一个角等于已知角

D．尺规作角的平分线

6．下列命题中，正确的是（　　）

A．四边相等的四边形是正方形

B．四角相等的四边形是正方形

C．对角线垂直的平行四边形是正方形

D．对角线相等的菱形是正方形

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7．当 a=1 时，|a－3|的值为_____.

8．方程$\sqrt{2x+3}=x$的解为_____.

9．已知关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是_____.

10．试写出一个二元二次方程，使该方程有一个解是$\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}$，你写的这个方程是_____（写出一个符合条件的即可）.

11．函数 $y=\frac{1}{2x-1}$的定义域是_____.

12．若 A（$-\frac{3}{2}$，y_1）、B（$\frac{2}{5}$，y_2）是二次函数 $y=-(x-1)^2+\sqrt{3}$图象上的两点，则 y_1_____y_2（填“＞”或“＜”或“=”）.

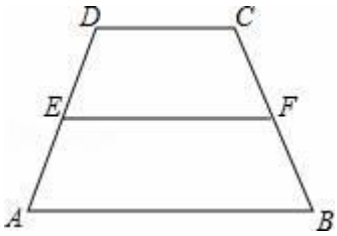
13．一个不透明纸箱中装有形状、大小、质地等完全相同的 7 个小球，分别标有数字 1、2、3、4、5、6、7，从中任意摸出一个小球，这个小球上的数字是奇数的概率是_____.

14．已知某班学生理化实验操作测试成绩的统计结果如下表：

成绩（分）	4	5	6	7	8	9	10
人数	1	2	2	6	9	11	9

则这些学生成绩的众数是_____分.

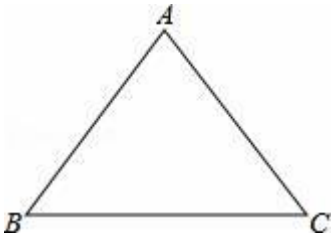
15．如图，在梯形△ ABCD 中，E、F 分别为腰 AD、BC 的中点，若$\overrightarrow{DC}=3\vec{\pi}$，$\overrightarrow{EF}=5\vec{\pi}$，则向量$\overrightarrow{AB}$=（结果用$\vec{\pi}$表示）.



16．若两圆的半径分别为 1cm 和 5cm，圆心距为 4cm，则这两圆的位置关系是_____.

17．设正 n 边形的半径为 R，边心距为 r，如果我们将$\frac{R}{r}$的值称为正 n 边形的“接近度”，那么正六边形的“接近度”是_____（结果保留根号）.

18．已知△ ABC 中，AB=AC=5，BC=6（如图所示），将△ ABC 沿射线 BC 方向平移 m 个单位得到△ DEF，顶点 A、B、C 分别与 D、E、F 对应．若以点 A、D、E 为顶点的三角形是等腰三角形，且 AE 为腰，则 m 的值是_____.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

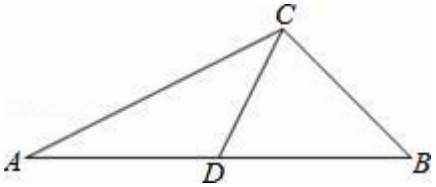
19．先化简，再求值：$\frac{x}{x-4}+\frac{4}{x^2-16}\div\frac{2}{x+4}$，其中 x=8.

20．已知一个二次函数的图象经过 A（0，﹣1）、B（1，5）、C（﹣1，﹣3）三点.

（1）求这个二次函数的解析式；

（2）用配方法把这个函数的解析式化为 y=a（x+m）^{2}+k 的形式.

21．如图，在△ ABC 中，CD 是边 AB 上的中线，∠ B 是锐角，且 sinB=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，tanA=$\frac{1}{2}$，BC=2$\sqrt{2}$，求边 AB 的长和 cos∠ CDB 的值.

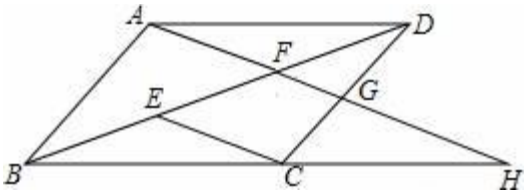


22．社区敬老院需要 600 个环保包装盒，原计划由初三（1）班全体同学制作完成．但在实际制作时，有 10 名同学因为参加学校跳绳比赛而没有参加制作．这样，该班实际参加制作的同学人均制作的数量比原计划多 5 个，那么这个班级共有多少名同学？

23．如图，在四边形 ABCD 中，AB∥ DC，E、F 为对角线 BD 上两点，且 BE=DF，AF∥ EC．

（1）求证：四边形 ABCD 是平行四边形；

（2）延长 AF，交边 DC 于点 G，交边 BC 的延长线于点 H，求证：AD•DC=BH•DG．

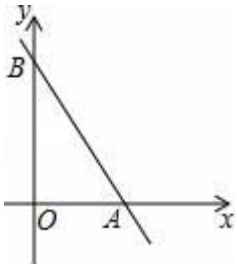


24．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 AB 过点 A（3，0）、B（0，m）（m＞0），tan∠ BAO=2．

（1）求直线 AB 的表达式；

（2）反比例函数 $y=\frac{k_1}{x}$的图象与直线 AB 交于第一象限内的 C、D 两点（BD＜BC），当 AD=2DB 时，求 k_1 的值；

（3）设线段 AB 的中点为 E，过点 E 作 x 轴的垂线，垂足为点 M，交反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$的图象于点 F，分别联结 OE、OF，当△ OEF∽△ OBE 时，请直接写出满足条件的所有 k_2 的值．

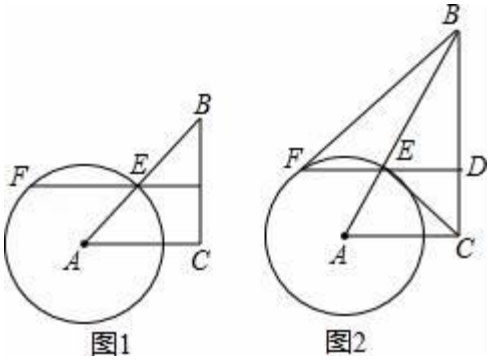


25．如图，在 Rt△ ABC 中，∠ ACB=90°，AC=2．点 D、E 分别在边 BC、AB 上，ED⊥BC，以 AE 为半径的⊙A 交 DE 的延长线于点 F．

（1）当 D 为边 BC 中点时（如图 1），求弦 EF 的长；

（2）设$\frac{DC}{BC}=x$，EF=y，求 y 关于 x 的函数解析式及定义域；（不用写出定义域）；

（3）若 DE 过△ ABC 的重心，分别联结 BF、AF、CE，当∠ AFB=90°时（如图 2），求$\frac{CE}{AB}$的值．



2016 年上海市虹口区中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1．（﹣2）^{3} 的计算结果是（　　）

A．6　　B．﹣6　C．﹣8　D．8

【考点】有理数的乘方．

【分析】根据有理数的乘方的定义进行计算即可得解．

【解答】解：（﹣2）^{3}=﹣8．

故选 C．

【点评】本题考查了有理数的乘方的定义，是基础题，熟记概念是解题的关键．

2．下列根式中，与$\sqrt{3}$是同类二次根式的是（　　）

A．$\sqrt{24}$ B．$\sqrt{12}$ C．$\sqrt{\frac{3}{2}}$　D．$\sqrt{18}$

【考点】同类二次根式．

【分析】运用化简根式的方法化简每个选项．

【解答】解：A、$\sqrt{24}=2\sqrt{6}$，故 A 选项不是；

B、$\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，故 B 选项是；

C、$\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，故 C 选项不是；

D、$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$，故 D 选项不是．

故选：B．

【点评】本题主要考查了同类二次根式，解题的关键是熟记化简根式的方法．

3．不等式 2x+4≤0 的解集在数轴上表示正确的是（　　）

A．

B．

C．

D．

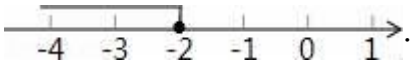
【考点】在数轴上表示不等式的解集；解一元一次不等式．

【分析】先求出不等式的解集，再在数轴上表示出来即可．

【解答】解：移项得，2x≤﹣4，

系数化为 1 得，x≤﹣2．

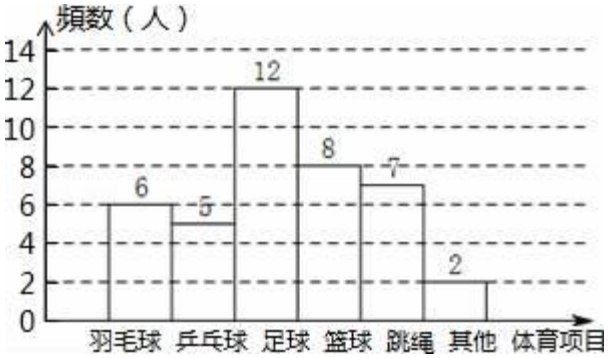
在数轴上表示为：



故选 C．

【点评】本题考查的是在数轴上表示不等式的解集，熟知实心圆点与空心圆点的区别是解答此题的关键．

4．李老师对某班学生“你最喜欢的体育项目是什么？”的问题进行了调查，每位同学都选择了其中的一项，现把所得的数据绘制成频数分布直方图（如图）．如图中的信息可知，该班学生最喜欢足球的频率是（　　）



A．12　B．0.3　C．0.4　D．40

【考点】频数（率）分布直方图．

【分析】由频数之和等于数据总数计算出学生总数，再由频率=$\frac{\text{频数}}{\text{数据总和}}$计算最喜欢足球的频率．

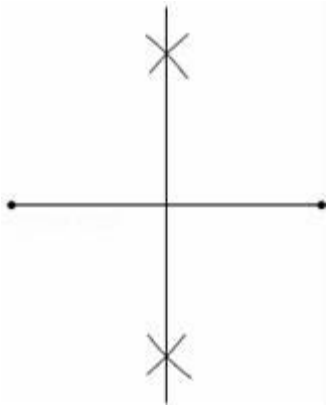
【解答】解：读图可知：共有（6+5+12+8+7+2）=40 人，

最喜欢足球的频数为 12，是最喜欢篮球的频率是$\frac{12}{40}$=0.3，

故选：B．

【点评】此题考查频数（率）分布直方图，熟知计算公式：频率=$\frac{\text{频数}}{\text{数据总和}}$是解题的关键．

5．如图所示的尺规作图的痕迹表示的是（　　）



A．尺规作线段的垂直平分线

B．尺规作一条线段等于已知线段

C．尺规作一个角等于已知角

D．尺规作角的平分线

【考点】作图—基本作图.

【分析】利用线段垂直平分线的作法进而判断得出答案.

【解答】解：如图所示：可得尺规作图的痕迹表示的是尺规作线段的垂直平分线.

故选：A.

【点评】此题主要考查了基本作图，正确把握作图方法是解题关键.

6．下列命题中，正确的是（　　）

A．四边相等的四边形是正方形

B．四角相等的四边形是正方形

C．对角线垂直的平行四边形是正方形

D．对角线相等的菱形是正方形

【考点】正方形的判定.

【专题】证明题.

【分析】根据正方形的判定：对角线相等且互相垂直平分的四边形是正方形，对各个选项进行分析.

【解答】解：A，错误，四边相等的四边形也可能是菱形；

B，错误，矩形的四角相等，但不是正方形；

C，错误，对角线垂直的平行四边形是菱形；

D，正确，符合正方形的判定；

故选 D.

【点评】本题是考查正方形的判别方法，判别一个四边形为正方形主要根据正方形的概念，途经有两种：①先说明它是矩形，再说明有一组邻边相等；②先说明它是菱形，再说明它有一个角为直角．

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7．当 a=1 时，|a﹣3|的值为__2__．

【考点】绝对值．

【分析】直接将 a 的值代入化简求出答案．

【解答】解：当 a=1 时，|a﹣3|=|1﹣3|=2．

故答案为：2．

【点评】此题主要考查了绝对值，正确掌握绝对值的性质是解题关键．

8．方程$\sqrt{2x+3}=x$的解为__3__．

【考点】无理方程．

【分析】首先把方程两边分别平方，然后解一元二次方程即可求出 x 的值．

【解答】解：两边平方得：$2x+3=x^2$

∴ $x^2-2x-3=0$，

解方程得：$x_1=3$，$x_2=-1$，

检验：当 $x_1=3$ 时，方程的左边=右边，所以 $x_1=3$ 为原方程的解，

当 $x_2=-1$ 时，原方程的左边≠右边，所以 $x_2=-1$ 不是原方程的解．

故答案为 3．

【点评】本题主要考查解无理方程，关键在于首先把方程的两边平方，注意最后要把 x 的值代入原方程进行检验．

9．已知关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范围是__m＜1__．

【考点】根的判别式．

【专题】推理填空题．

【分析】关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有两个不相等的实数根，即判别式$\Delta=b^2-4ac>0$．即可得到关于 m 的不等式，从而求得 m 的范围．

【解答】解：∵ a=1，b=﹣2，c=m，

∴ $\triangle=b^2-4ac=(-2)^2-4\times1\times m=4-4m>0$，

解得：m＜1．

故答案为 m＜1．

【点评】本题考查了一元二次方程根的情况与判别式Δ 的关系：

（1）Δ ＞0⇔方程有两个不相等的实数根；

（2）Δ =0⇔方程有两个相等的实数根；

（3）Δ ＜0⇔方程没有实数根．

10．试写出一个二元二次方程，使该方程有一个解是$\begin{cases}x=-1\\y=2\end{cases}$，你写的这个方程是__$x^2+y^2=5$__（写出一个符合条件的即可）．

【考点】高次方程．

【专题】开放型．

【分析】根据（﹣1）^{2}+2^2=5 列出方程即可．

【解答】解：∵（﹣1）^{2}+2^2=5，

∴ $x^2+y^2=5$，

故答案为：$x^2+y^2=5$．

【点评】此题考查高次方程的解，方程的解即为能使方程左右两边成立的未知数的值，根据解写方程应先列算式再列方程是关键．

11．函数 y=$\frac{1}{2x-1}$的定义域是__$x\neq\frac{1}{2}$__．

【考点】函数自变量的取值范围．

【分析】该函数是分式，分式有意义的条件是分母不等于 0，故分母 2x﹣1≠0，解得 x 的范围．

【解答】解：根据题意得：2x﹣1≠0，

解得：$x\neq\frac{1}{2}$．

故答案为：$x\neq\frac{1}{2}$．

【点评】本题考查了函数自变量取值范围的求法．要使得本题函数式子有意义，必须满足分母不等于 0．

12．若 A（$-\frac{3}{2}$，y_1）、B（$\frac{2}{5}$，y_2）是二次函数 $y=-（x-1）^2+\sqrt{3}$图象上的两点，则 y_1 ＜ y_2（填“＞”或“＜”或“=”）．

【考点】二次函数图象上点的坐标特征．

【专题】计算题．

【分析】直接计算自变量为 $-\frac{3}{2}$和$\frac{2}{5}$所对应的函数值，然后比较函数值的大小即可．

【解答】解：∵ A（$-\frac{3}{2}$，y_1）、B（$\frac{2}{5}$，y_2）是二次函数 $y=-（x-1）^2+\sqrt{3}$图象上的两点，

∴ $y_1=-（-\frac{3}{2}-1）^2+\sqrt{3}=-\frac{25}{4}+\sqrt{3}$，$y_2=-（\frac{2}{5}-1）^2+\sqrt{3}=-\frac{9}{25}+\sqrt{3}$，

∴ $y_1<y_2$．

故答案为＜．

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征：二次函数图象上的点的坐标满足其解析式．解决本题的关键是把 A 点和 B 点坐标代入抛物线解析式求出 y_1 和 y_2．

13．一个不透明纸箱中装有形状、大小、质地等完全相同的 7 个小球，分别标有数字 1、2、3、4、5、6、7，从中任意摸出一个小球，这个小球上的数字是奇数的概率是 $\frac{4}{7}$．

【考点】概率公式．

【分析】根据随机事件概率大小的求法，找准两点：①符合条件的情况数目，②全部情况的总数，二者的比值就是其发生的概率的大小．

【解答】解：∵ 在一个不透明的口袋中装有 7 个完全相同的小球，把它们分别标号为 1，2，3，4，5，6，7，

∴ 从中随机摸出一个小球，共有 7 中等可能结果，其中是奇数的有 4 种结果，

则其标号是奇数的概率为$\frac{4}{7}$，

故答案为：$\frac{4}{7}$．

【点评】本题考查概率的求法与运用，一般方法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 P（A）=$\frac{n}{π}$．

14．已知某班学生理化实验操作测试成绩的统计结果如下表：

成绩（分）	4	5	6	7	8	9	10

人数	1	2	2	6	9	11	9

则这些学生成绩的众数是 9 分.

【考点】众数.

【分析】一组数据中出现次数最多的数据叫做众数．依此即可求解.

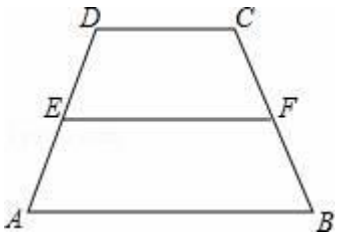
【解答】解：∵ 在这一组数据中 9 分是出现次数最多的，

∴ 这些学生成绩的众数是 9 分.

故答案为：9.

【点评】考查了众数，求一组数据的众数的方法：找出频数最多的那个数据，若几个数据频数都是最多且相同，此时众数就是这多个数据.

15．如图，在梯形△ ABCD 中，E、F 分别为腰 AD、BC 的中点，若$\overrightarrow{DC}=3\vec{\pi}$，$\overrightarrow{EF}=5\vec{\pi}$，则向量$\overrightarrow{AB}=7\vec{\pi}$（结果用$\vec{\pi}$表示）.



【考点】*平面向量；梯形中位线定理.

【分析】由在梯形△ ABCD 中，E、F 分别为腰 AD、BC 的中点，可得$\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC})$，继而求得答案.

【解答】解：∵ 在梯形△ ABCD 中，E、F 分别为腰 AD、BC 的中点，

∴ $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC})$，

∵ $\overrightarrow{DC}=3\vec{\pi}$，$\overrightarrow{EF}=5\vec{\pi}$，

∴ $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{DC}=10\vec{\pi}-3\vec{\pi}=7\vec{\pi}$.

故答案为：$7\vec{\pi}$.

【点评】此题考查了平面向量的知识以及梯形的中位线的性质．注意梯形的中位线平行于上下底，且等于上底与下底和的一半.

16．若两圆的半径分别为 1cm 和 5cm，圆心距为 4cm，则这两圆的位置关系是 内切 .

【考点】圆与圆的位置关系.

【专题】推理填空题．

【分析】只需将两圆的位置关系转化为圆心距与两圆半径之间的数量关系，就可解决问题．

【解答】解：∵ 4=5﹣1，即两圆的圆心距等于两圆的半径之差，

∴ 两圆内切．

故答案为内切．

【点评】本题主要考查了圆与圆的位置关系，设两圆的半径分别为 R，r（其中 R≥r），圆心距为 d，则 d＞R+r⇔两圆外离；d=R+r⇔两圆外切；R﹣r＜d＜R+r⇔两圆相交；d=R﹣r⇔两圆内切；0≤d＜R﹣r⇔两圆内含．

17．设正 n 边形的半径为 R，边心距为 r，如果我们将$\frac{R}{r}$的值称为正 n 边形的“接近度”，那么正六边形的“接近度”是__$\frac{2\sqrt{3}}{3}$__（结果保留根号）．

【考点】正多边形和圆．

【专题】分类讨论．

【分析】求出正六边形的边心距（用 R 表示），根据“接近度”的定义即可解决问题．

【解答】解：∵ 正六边形的半径为 R，

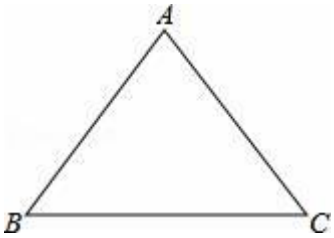
∴ 边心距 r=$\frac{\sqrt{3}}{2}$R，

∴ 正六边形的“接近度”=$\frac{R}{r}=\frac{R}{\frac{\sqrt{3}}{2}R}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$．

故答案为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$．

【点评】本题考查正多边形与圆的共线，等边三角形高的计算，记住等边三角形的高 h=$\frac{\sqrt{3}}{2}$a（a 是等边三角形的边长），理解题意是解题的关键，属于中考常考题型．

18．已知△ ABC 中，AB=AC=5，BC=6（如图所示），将△ ABC 沿射线 BC 方向平移 m 个单位得到△ DEF，顶点 A、B、C 分别与 D、E、F 对应．若以点 A、D、E 为顶点的三角形是等腰三角形，且 AE 为腰，则 m 的值是__5 或 3 或$\frac{25}{6}$__．



【考点】相似三角形的判定与性质；等腰三角形的性质；勾股定理．

【专题】分类讨论．

【分析】分三种情况讨论：①当 m=AD=DE=5 时，△ ADE 是等腰三角形；②当 DE=AE 时，△ ADE 是等腰三角形．作 EM⊥AD，垂足为 M，AN⊥BC 于 N，则四边形 ANEM 是平行四边形，列方程得到 m 的值，③当 AD=AE=m 时，△ ADE 是等腰三角形，得到四边形 ABED 是平行四边形，根据平行四边形的性质得到 BE=AD=m，由勾股定理列方程即可得到结论．

【解答】解：分三种情况讨论：

①当 m=AD=DE=5 时，△ ADE 是等腰三角形；

②当 DE=AE 时，△ ADE 是等腰三角形．

作 EM⊥AD，垂足为 M，AN⊥BC 于 N，则四边形 ANEM 是平行四边形，

∴ AM=NE，AM=$\frac{1}{2}$AD=$\frac{1}{2}$m，CN=$\frac{1}{2}$BC=3，

∴ NE=3 - $\frac{1}{2}$m，

∴ $\frac{1}{2}$m=3 - $\frac{1}{2}$m，∴ m=3，

③当 AD=AE=m 时，△ ADE 是等腰三角形，

∵ 将△ ABC 沿射线 BC 方向平移 m 个单位得到△ DEF，

∴ 四边形 ABED 是平行四边形，

∴ BE=AD=m，

∴ NE=m - 3，

∵ $AN^2+NE^2=AE^2$，

∴ $4^2+(m-3)^2=m^2$，

∴ m=$\frac{25}{6}$，

综上所述：当 m=5 或 3 或$\frac{25}{6}$时，△ ADE 是等腰三角形．

故答案为：5 或 3 或$\frac{25}{6}$．

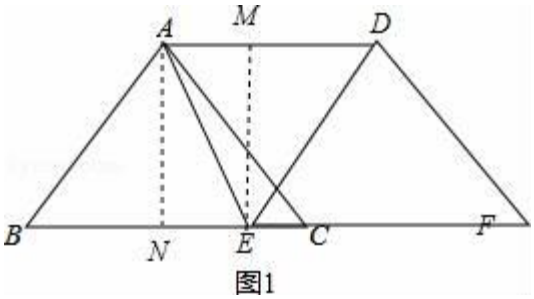


图1

【点评】本题考查了等腰三角形的性质，平移的性质，平行四边形的判定和性质，勾股定理，熟练掌握平移的性质是解题的关键.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19．先化简，再求值：$\frac{x}{x-4}+\frac{4}{x^2-16}\div\frac{2}{x+4}$，其中 x=8.

【考点】分式的化简求值.

【分析】先计算除法：将分母因式分解同时将除法转化为乘法，约分后即变为同分母分式相加可得，再将 x=8 代入计算即可.

【解答】解：原式=$\frac{x}{x-4}+\frac{4}{(x+4)(x-4)}\cdot\frac{x+4}{2}$

=$\frac{4}{x-4}+\frac{2}{x-4}$

=$\frac{6}{x-4}$,

当 x=8 时，

原式=$\frac{6}{8-4}$

=$\frac{6}{4}$

=$\frac{3}{2}$.

【点评】本题主要考查分式的化简求值能力，分式的混合运算需特别注意运算顺序及符号的处理，也需要对通分、分解因式、约分等知识点熟练掌握.

20．已知一个二次函数的图象经过 A（0，﹣1）、B（1，5）、C（﹣1，﹣3）三点.

（1）求这个二次函数的解析式；

（2）用配方法把这个函数的解析式化为 $y=a(x+m)^2+k$ 的形式.

【考点】待定系数法求二次函数解析式；二次函数的三种形式.

【专题】计算题.

【分析】（1）设一般式 $y=ax^2+bx+c$，然后把点 A、B、C 三点的坐标代入得到关于 a、b、c 的方程组，然后解方程组求出 a、b、c 的值即可得到抛物线解析式；

（2）利用配方法把一般式化为顶点式即可.

【解答】解：（1）设抛物线的解析式为 $y=ax^2+bx+c$，

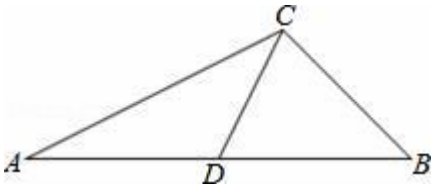
根据题意得 $\begin{cases} c=-1 \\ a+b+c=5 \\ a-b+c=-3 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} a=2 \\ b=4 \\ c=-1 \end{cases}$，

所以抛物线的解析式为 $y=2x^2+4x-1$；

（2）$y=2x^2+4x-1=2(x^2+2x+1-1)-1=2(x+1)^2-3$.

【点评】本题考查了待定系数法求二次函数的解析式：在利用待定系数法求二次函数关系式时，要根据题目给定的条件，选择恰当的方法设出关系式，从而代入数值求解．一般地，当已知抛物线上三点时，常选择一般式，用待定系数法列三元一次方程组来求解；当已知抛物线的顶点或对称轴时，常设其解析式为顶点式来求解；当已知抛物线与 x 轴有两个交点时，可选择设其解析式为交点式来求解.

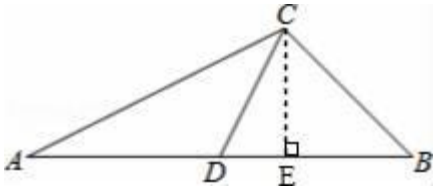
21．如图，在△ ABC 中，CD 是边 AB 上的中线，∠ B 是锐角，且 $\sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\tan A=\frac{1}{2}$，$BC=2\sqrt{2}$，求边 AB 的长和 cos∠ CDB 的值.



【考点】解直角三角形.

【分析】CE⊥AB 于点 E，分别解 RT△ BCE、RT△ ACE 求得 BE、CE 及 AE 的长，可得 AB；根据中线结合 BD 的长可得 DE，在 RT△ CDE 中由勾股定理可得 CD，继而计算得 cos∠ CDB.

【解答】解：过点 C 作 CE⊥AB 于点 E，



在 RT△ BCE 中，∵ BC=$2\sqrt{2}$，sinB=$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

∴ CE=BC•sinB=$2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$=2，

∴ BE=$\sqrt{BC^2-CE^2}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2-2^2}$=2，

在 RT△ ACE 中，∵ tanA=$\frac{1}{2}$，

∴ AE=$\frac{CE}{tanA}=\frac{2}{\frac{1}{2}}$=4，

∴ AB=AE+BE=4+2=6，

∵ CD 是边 AB 上的中线，

∴ BD=$\frac{1}{2}$AB=3，

∴ DE=BD﹣BE=1，

在 RT△ CDE 中，∵ CD=$\sqrt{CE^2+DE^2}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，

∴ cos∠ CDB=$\frac{DE}{CD}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

故边 AB 的长为 6，cos∠ CDB=$\frac{\sqrt{5}}{5}$.

【点评】本题主要考查了解直角三角形的能力，构建直角三角形是解题的前提，依据三角函数、勾股定理解直角三角形求出所需线段的长是解题的关键.

22．社区敬老院需要 600 个环保包装盒，原计划由初三（1）班全体同学制作完成．但在实际制作时，有 10 名同学因为参加学校跳绳比赛而没有参加制作．这样，该班实际参加制作的同学人均制作的数量比原计划多 5 个，那么这个班级共有多少名同学？

【考点】分式方程的应用.

【分析】设该班级共有 x 名同学，根据实际每个学生做的个数﹣原计划制作的个数=5，可列出关于 x 的分式方程，解方程即可得出结论.

【解答】解：设该班级共有 x 名同学，

依题意得$\frac{600}{x-10}-\frac{600}{x}$=5，

解得：x=40，或 x=﹣30（舍去）.

检验：将 x=40 代入原方程，方程左边=20﹣15=5=右边，

故 x=40 是原方程的解.

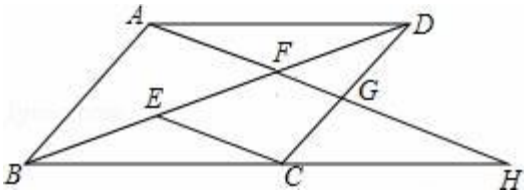
答：这个班级共有 40 名同学.

【点评】本题考查了分式方程的应用，解题的关键是根据数量关系列出关于 x 的分式方程．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据数量关系列出方程是关键.

23．如图，在四边形 ABCD 中，AB∥ DC，E、F 为对角线 BD 上两点，且 BE=DF，AF∥ EC.

（1）求证：四边形 ABCD 是平行四边形；

（2）延长 AF，交边 DC 于点 G，交边 BC 的延长线于点 H，求证：AD•DC=BH•DG.



【考点】相似三角形的判定与性质；平行四边形的判定与性质.

【专题】证明题.

【分析】（1）通过证明△ ABF≌ △ CDE 得到 AB=CD，加上 AB∥ CD，则可判断四边形 ABCD 是平行四边形；

（2）根据平行四边形的性质得 AD=BC，AD∥ BC，再证明△ CHG∽ △ DAG，利用相似比得到$\frac{CH}{AD}=\frac{CG}{DG}$，然后利用比例的性质和等线段代换即可得到结论.

【解答】证明：（1）∵ AB∥ CD，

∴ ∠ ABD=∠ ADB，

∵ AF∥ EC，

∴ ∠ AFB=∠ CED，

∵ BE=DF，

∴ BE+EF=DF+EF，

即 BF=DE，

在△ ABF 和△ CDE 中，

$$\begin{cases}\angle ABF=\angle CDE\\ BF=DE\\ \angle AFB=\angle CED\end{cases},$$

∴ △ ABF≌ △ CDE，

∴ AB=CD，

而 AB∥ CD，

∴ 四边形 ABCD 是平行四边形；

（2）∵ 四边形 ABCD 是平行四边形，

∴ AD=BC，AD∥ BC，

∵ CH∥ AD，

∴ △ CHG∽ △ DAG，

∴ $\frac{CH}{AD}=\frac{CG}{DG}$，

∴ $\frac{CH+AD}{AD}=\frac{CG+DG}{DG}$，

即 $\frac{BH}{AD}=\frac{CD}{DG}$，

∴ AD•DC=BH•DG．

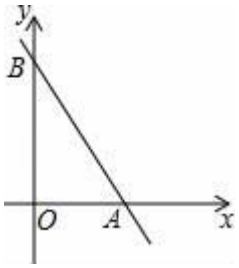
【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质：两个三角形相似对应角相等，对应边的比相等．在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用．解决本题的关键是熟练掌握平行四边形的判定与性质．

24．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 AB 过点 A（3，0）、B（0，m）（m＞0），tan∠ BAO=2．

（1）求直线 AB 的表达式；

（2）反比例函数 y=$\frac{k_1}{x}$的图象与直线 AB 交于第一象限内的 C、D 两点（BD＜BC），当 AD=2DB 时，求 k_1 的值；

（3）设线段 AB 的中点为 E，过点 E 作 x 轴的垂线，垂足为点 M，交反比例函数 y=$\frac{k_2}{x}$的图象于点 F，分别联结 OE、OF，当△ OEF∽ △ OBE 时，请直接写出满足条件的所有 k_2 的值．



【考点】反比例函数综合题．

【分析】（1）先通过解直角三角形求得 A 的坐标，然后根据待定系数法即可求得直线 AB 的解析式；

（2）作 DE∥ OA，根据题意得出$\frac{DE}{OA}=\frac{BD}{AB}=\frac{1}{3}$，求得 DE=$\frac{π}{6}$，即 D 的横坐标为$\frac{π}{6}$，代入 AB 的解析式求得纵坐标，然后根据反比例函数图象上点的坐标特征即可求得 k_1；

（3）根据勾股定理求得 AB、OE，进一步求得 BE，然后根据相似三角形的性质求得 EF 的长，从而求得 FM 的长，得出 F 的坐标，然后根据反比例函数图象上点的坐标特征即可求得 k_2．

【解答】解：（1）∵ B（0，m）（m＞0），

∴ OB=m，

∵ tan∠ BAO=$\frac{OB}{OA}$=2，

∴ OA=$\frac{π}{2}$，

∴ A（$\frac{π}{2}$，0），

设直线 AB 的解析式为 y=kx+m，

代入 A（$\frac{π}{2}$，0）得，0=$\frac{π}{2}$k+m，

解得 k=﹣2，

∴ 直线 AB 的解析式为 y=﹣2x+m；

（2）如图 1，∵ AD=2DB，

∴ $\frac{DB}{AB}$=$\frac{1}{3}$，

作 DE∥ OA，

∴ $\frac{DE}{OA}$=$\frac{BD}{AB}$=$\frac{1}{3}$，

∴ DE=$\frac{1}{3}$OA=$\frac{1}{3}$×$\frac{π}{2}$=$\frac{π}{6}$，

∴ D 的横坐标为$\frac{π}{6}$，

代入 y=﹣2x+m 得，y=﹣$\frac{π}{3}$+m=$\frac{2π}{3}$，

∴ D（$\frac{π}{6}$，$\frac{2π}{3}$），

∴ k_1=$\frac{π}{6}$×$\frac{2π}{3}$=$\frac{m^2}{9}$；

（3）如图 2，∵ A（$\frac{π}{2}$，0），B（0，m），

∴ E（$\frac{π}{4}$，$\frac{π}{2}$），AB=$\sqrt{OA^2+OB^2}$=$\frac{\sqrt{5}}{2}$m，

∴ OE=$\sqrt{OM^2+MF^2}$=$\frac{\sqrt{5}}{4}$m，BE=$\frac{\sqrt{5}}{4}$m，

∵ EM⊥x 轴，

∴ F 的横坐标为$\frac{\pi}{4}$,

∵ △ OEF∽ △ OBE,

∴ $\frac{EF}{BE}=\frac{OE}{OB}$,

∴ $\frac{EF}{\frac{\sqrt{5}}{4}\pi}=\frac{\frac{\sqrt{5}}{4}\pi}{m}$,

∴ EF=$\frac{5}{16}$m,

∴ FM=$\frac{\pi}{2}-\frac{5}{16}m=\frac{3}{16}m$.

∴ F（$\frac{1}{4}$m，$\frac{3}{16}$ m），

∴ $k_2=\frac{\pi}{4}\times\frac{3\pi}{16}=\frac{3m^2}{64}$.

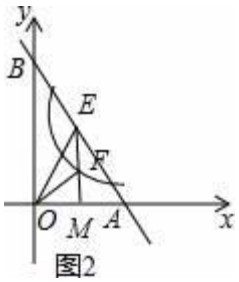


图2

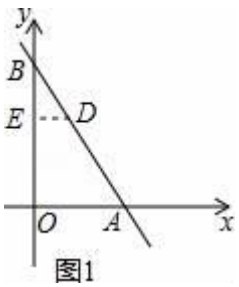


图1

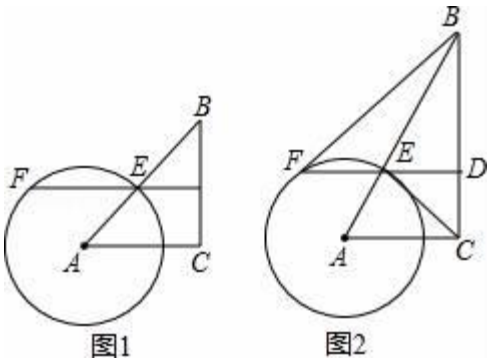
【点评】本题是反比例函数的综合题，考查了待定系数法求一次函数的解析式，反比例函数图象上点的坐标特征，三角形相似的性质以及勾股定理的应用，求得关键点的坐标是解题的关键.

25．如图，在 Rt△ ABC 中，∠ ACB=90°，AC=2．点 D、E 分别在边 BC、AB 上，ED⊥BC，以 AE 为半径的⊙A 交 DE 的延长线于点 F.

（1）当 D 为边 BC 中点时（如图 1），求弦 EF 的长；

（2）设$\frac{DC}{BC}=x$，EF=y，求 y 关于 x 的函数解析式及定义域；（不用写出定义域）；

（3）若 DE 过△ ABC 的重心，分别联结 BF、AF、CE，当∠ AFB=90°时（如图 2），求$\frac{CE}{AB}$的值.



【考点】圆的综合题.

【分析】（1）如图 1 中，作 AM⊥DF 于 M，只要证明△ AEM≌ △ BED 得 ME=DE，再根据中位线定理、垂径定理即可解决.

（2）先证明四边形 AMDC 是矩形，再利用$\frac{AM}{BD}=\frac{ME}{ED}$即可解决问题.

（3））如图 2 中，因为点 O 是重心，所以 AM、CN 是中线，设 DM=a，CD=2a，则 BM=CM=3a，利用（2）的结论先求出 ED、EF，由△ BDE∽ △ FDB 得$\frac{BD}{DF}=\frac{ED}{BD}$可以求出 a，再求出 AB、CE 即可解决问题.

【解答】解：（1）如图 1 中，作 AM⊥DF 于 M.

∵ AM⊥EF，

∴ FM=ME，

∵ DE⊥BC，

∴ ∠ BDE=∠ C=∠ AME=90°，

∴ AM∥ BC，AC∥ DF，

∵ BD=DC，

∴ BE=AE，

∴ ED=$\frac{1}{2}$AC=1，

在△ AEM 和△ BED 中，

$$\begin{cases} AE=BE \\ \angle AME=\angle BDE, \\ \angle AEM=\angle BED \end{cases}$$

∴ △ AEM≌ △ BED，

∴ ME=ED=1，

∴ EF=2ME=2.

（2）如图 1 中，∵ $\frac{DC}{BC}$ =x，

∴ $\frac{DB}{BC}$=1﹣x，

∵ ED∥ AC，

∴ $\frac{ED}{AC}=\frac{DB}{BC}$，

∴ DE=2（1﹣x），

∵ AM∥ CD，AC∥ DM，

∴ 四边形 AMDC 是平行四边形，

∵ ∠ C=90°，

∴ 四边形 AMDC 是矩形，

∴ AM=CD，

∵ $\frac{AM}{BD}=\frac{ME}{ED}$，

∴ $\frac{CD}{BD}=\frac{ME}{ED}=\frac{x}{1-x}$，

∴ $\frac{\frac{1}{2}y}{2(1-x)}=\frac{x}{1-x}$，

∴ y=4x．

（3）如图 2 中，∵ 点 O 是重心，

∴ AM、CN 是中线，

∴ BN=AN，BM=MC，

∵ MN∥ AC，MN=$\frac{1}{2}$AC，

∴ $\frac{MO}{AO}=\frac{MN}{AC}=\frac{MD}{CD}=\frac{1}{2}$，设 DM=a，CD=2a，则 BM=CM=3a，

由（2）可知 x=$\frac{DC}{BC}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，

∴ EF=4y=$\frac{4}{3}$，

∵ $\frac{ED}{AC}=\frac{BD}{BC}=\frac{4a}{6a}=\frac{2}{3}$，

∴ ED=$\frac{4}{3}$，DF=$\frac{8}{3}$，

∵ DF∥ AC，

∴ ∠ FEA=∠ EAC，

∵ AE=AF，

∴ ∠ AFE=∠ AEF，

∴ ∠ EAC=∠ AFE，

∵ ∠ AFE+∠ BFE=90°，∠ EAC+∠ ABC=90°，

∴ ∠ BFD=∠ EBD，∵ ∠ BDE=∠ BDF，

∴ △ BDE∽△ FDB，

∴ $\frac{BD}{DF}=\frac{ED}{BD}$，

∴ $\frac{\frac{4a}{3}}{8}=\frac{\frac{4}{3}}{4a}$，

∴ a=$\frac{\sqrt{2}}{3}$（负根以及舍弃）．

∴ BC=6a=2$\sqrt{2}$，

在 RT△ ABC 中，AB=$\sqrt{CB^2+AC^2}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}$，

在 RT△ ECD 中，EC=$\sqrt{CD^2+ED^2}=\sqrt{(\frac{2\sqrt{2}}{3})^2+(\frac{4}{3})^2}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$，

∴ $\frac{CE}{AB}=\frac{\frac{2\sqrt{6}}{3}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$.

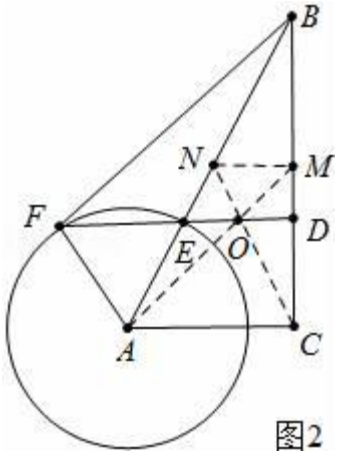


图2

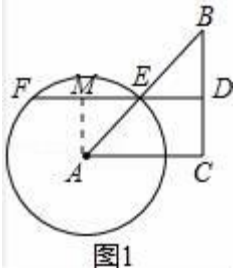


图1

【点评】本题考查圆的有关知识、全等三角形的判定和性质、矩形的判定和性质、重心的性质、勾股定理等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形或相似三角形解决问题，知道重心把中线线段分成 1：2 两部分，属于中考压轴题.