普陀区 2015-2016 学年度第二学期初三质量调研

数学试卷　　2016 年 4 月 13 日

（时间：100 分钟，满分析 150 分）

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1、据统计，2015 年上海市全年接待国际旅游入境者共 80016000 人次，80016000 用科学记数法表示是（　　）

（A）8.0016×10^{6}；　（B）8.0016×10^{7}；　（C）8.0016×10^{8}；　（D）8.0016×10^{9}

2、下列计算结果正确的是（　　）

（A）$a^4\cdot a^2=a^8$；　（B）$\left(a^4\right)^2=a^6$；　（C）$(ab)^2=a^2b^2$；　（D）$(a-b)^2=a^2-b^2$.

3、下列统计图中，可以直观地反映出数据变化的趋势的统计图是（　　）

（A）折线图；　（B）扇形图；　（C）统形图；　（D）频数分布直方图。

4、下列问题中，两个变量成正比例关系的是（　　）

（A）等腰三角形的面积一定，它的底边和底边上的高；

（B）等边三角形的面积与它的边长；

（C）长方形的长确定，它的周长与宽；

（D）长方形的长确定，它的面积与宽。

5、如图 1，已知 $l_1\parallel l_2\parallel l_3$，$DE=4$，$DF=6$，那么下列结论正确的是（　　）

（A）$BC:EF=1:1$；　（B）$BC:AB=1:2$；

（C）$AD:CF=2:3$；　（D）$BE:CF=2:3$

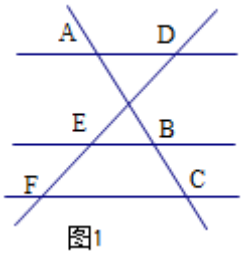


图1

6、如果圆形纸片的直径是 8cm，用它完全覆盖正六边形，那么正六边形的边长最大不能超过（　　）

（A）2cm；　（B）$2\sqrt{3}$ cm；　（C）4cm；　（D）$4\sqrt{3}$ Cm。

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7、分解因式：$ma^2-mb^2=$_____；

8、方程 $\sqrt{x+2}=x$ 的根是_____；

9、不等式组 $\begin{cases}2-x>0\\2x+3>1\end{cases}$ 的解集是_____；

10、如果关于 x 的方程 $x^2+x+a-\dfrac{7}{4}=0$ 有两个相等的实数根，那么 a 的值等于_____；

11、函数 $y=\dfrac{x-1}{4x}$ 的定义域是_____；

12、某飞机如果在 1200 米的上空测得地面控制点的俯角为 30°，那么此时飞机离控制点之间的距离是____米；

13、一个口袋中装有 3 个完全相同的小球，它们分别标有数字 0,1,3，从口袋中随机摸出一个小球记下数字后不放回，摇匀后再随机摸出一个小球，那么两次摸出小球的数字的和为素数的概率是_____；

14、如图 2，在四边形 $ABCD$ 中，点 M、N、P 分别是 AD、BC、BD 的中点，如果 $\overrightarrow{BA}=\vec{a},\overrightarrow{DC}=\vec{b}$ 那么

$\overrightarrow{MN}=$_____；（用 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 表示）

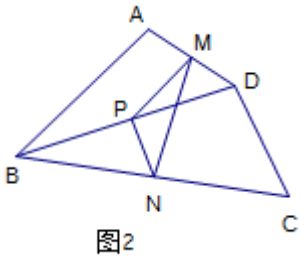


图2

15、如果某市 6 月份日平均气温统计如图 3 所示，那么在日平均气温这组数据中，中位数是_____；

16、已知点 $A(x_1,\ y_1)$ 和点 $B(x_2,\ y_2)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图像上，如果当 $0<x_1<x_2$，可得 $y_1<y_2$，那么 k _____；（填“>”、“=”、“”<）

17、如图 4，点 E、F 分别在正方形 $ABCD$ 的边 AB、BC 上，EF 与对角线 BD 交于点 G，如果 $BE=5,\ BF=3$，那么 $FG:EF$ 的比值是_____；

18、如图 5①，在矩形 $ABCD$ 中，将矩形折叠，使点 B 落在边 AD 上，这时折痕与边 AD 和 BC 分别交于点 E、点 F。然后再展开铺平，以 B、E、F 为顶点的 ΔBEF 称为矩形 $ABCD$ 的“折痕三角形”。如图 5②，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2,\ BC=4$，当“折痕 ΔBEF ”面积最大时，点 E 的坐标为_____。

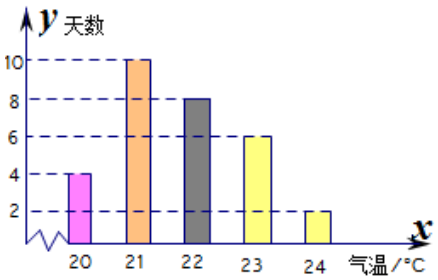


图3

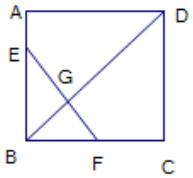


图4

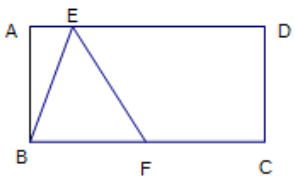


图5（1）

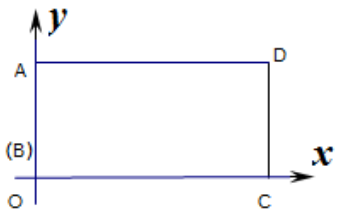


图5（2）

二、解答题：（本大题共 7 题，满分 78）

19、（本题满分 10 分）

计算：$-3^2+\left|\sqrt{3}-2\right|+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}-\frac{2}{\tan 60^\circ-1}$。

20、（本题满分 10 分）

解方程组：$\begin{cases}x+y=5\\x^2-3xy+2y^2=0\end{cases}$

21、（本题满分 10 分）

已知：如图 6，在 ΔABC 中，$AB=AC=13$，$BC=24$，点 P、D 分别在边 BC、AC 上，$AP^2=AD\cdot AB$，求 $\angle APD$ 的正弦值。

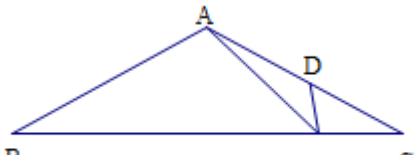


图6

22、（本题满分 10 分）

自 20004 年 5 月 1 日起施行的《中华人民共和国道路交通安全法实施条例》中规定：超速行驶属违法行为。为确保行车安全，某一段全程为 200 千米的高速公路限速 120 千米/时（即任意一时刻的车速都不能超过 120 千米/时）。以下是王师傅和李师傅全程行驶完这线段高速公路时的对话片断。王：“你的车速太快了，平均每小时比我快 20 千米，比我少用 30 分钟就行驶完了全程。”李：“虽然我的车速快，但是最快速度比我的平均速度只快 15%，并没有超速违法啊。”李师傅超速违法吗？为什么？

23、（本题满分 12 分）

如图 7，已知在四边形 $ABCD$ 中，$AD // BC$，对角线 AC、BD 相交于点 O，BD 平分 $\angle ABC$，过点 D 作 $DF // AB$ 分别交 AC、BC 于点 E、F 。(1)求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；(2)设 $AC \perp AB$，求证：$AC \cdot OE = AB \cdot EF$ 。

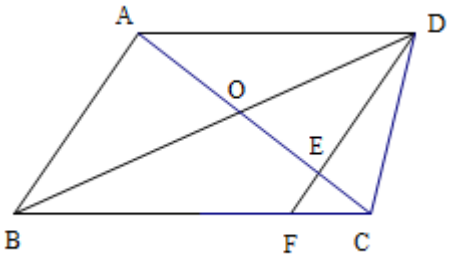


图7

24、（本题满分 12 分）

如图 8，在平面直角坐标系 xoy 中，二次函数 $y = \frac{1}{3}x^2 + bx + c$ 的图像与 y 轴交于点 A，与双曲线 $y = \frac{8}{x}$ 有一个公共点 B，它的横坐标为 4，过点 B 作直线 $l // x$ 轴，与该二次函数图像交于另一个点 C，直线 AC 的截距是-6。（1）求二次函数的解析式；（2）求直线 AC 的表达式；（3）平面内是否存在点 D，使 A、B、C、D 为顶点的四边形是等腰梯形，如果存在，求出点 D 坐标，如果不存在，说明理由。

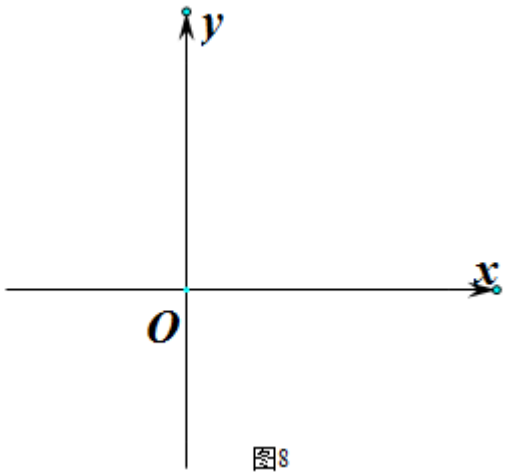


图8

25、（本题满分 12 分）

如图 9，在 $Rt\Delta ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AC=14,\tan A=\frac{3}{4}$，点 D 是边 AC 上一点，$AD=8$，点 E 是边 AB 上一点，以点 E 为圆心，EA 为半径作圆，经过点 D，点 F 是边 AC 上一动点（点 F 不与 A、C 重合），作 $FG\perp EF$，交射线 BC 于点 G。（1）用直尺圆规作出圆心 E，并求圆 E 的半径长（保留作图痕迹）；（2）当点 G 的边 BC 上时，设 $AF=x$，$CG=y$，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；（3）联结 EG，当 ΔEFG 与 ΔFCG 相似时，推理判断以点 G 为圆心、CG 为半径的圆 G 与圆 E 可能产生的各种位置关系。

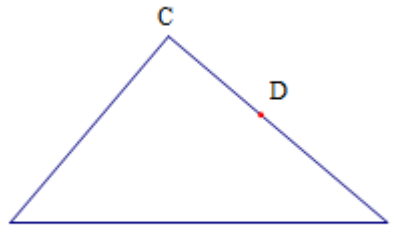


图9

参考答案

一、 选择题：

1	2	3	4	5	6
B	C	A	D	B	C

二、 填空题：

7	8	9	10	11	12
$m(a+b)(a-b)$	$x=2$	$-1<x<2$	2	$x\neq 0$	2400
13	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}$	22	$<$	$\frac{3}{8}$	$\left(\frac{3}{2},2\right)$

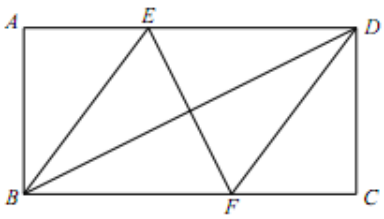
【18 题详解】

$\triangle BEF$ 的高是固定的，要使面积最大，即要求底边 DF 最大.

此时 B 点经过翻折后刚好落在 D 点，设 $BF=x$，则 $DF=x$，$CF=4-x$，

由勾股定理，$x^2=(4-x)^2+2^2$，解得 $x=\frac{5}{2}$

此时四边形 $BFDE$ 为菱形，易知 E 的坐标为 $\left(\frac{3}{2},2\right)$



19.

$$\text{原式}=-9+2-\sqrt{3}+9-\frac{2(\sqrt{3}+1)}{2}=1-2\sqrt{3}$$

20.

原方程组可化为 $\begin{cases}x^2+y^2=5\\x=y\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x^2+y^2=5\\x=2y\end{cases}$

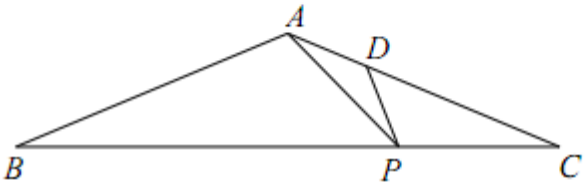
解得 $\begin{cases}x=\frac{\sqrt{10}}{2}\\y=\frac{\sqrt{10}}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-\frac{\sqrt{10}}{2}\\y=-\frac{\sqrt{10}}{2}\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$

21.

由 $AP^2 = AD \cdot AB$ 得 $\triangle ADP \backsim \triangle APC$

$\therefore \angle APD = \angle ACB = \angle ABC$

$\sin \angle APD = \sin \angle ACP = \frac{5}{13}$



22.

设李师傅的平均速度为 x 千米/时，则王师傅的平均速度为 $(x-20)$ 千米/时

$\frac{200}{x-20} - \frac{200}{x} = \frac{1}{2}$ 解得 $x_1 = -80$（舍），$x_2 = 100$

$\therefore$ 李师傅的最高速度 $= 1.15x = 115$ 千米/时 < 120 千米/时

$\therefore$ 李师傅没有超速违法.

23.

(1)证明：$\because AD \parallel BC$，$DF \parallel AB$ $\therefore$ 四边形 $ABFD$ 为平行四边形

又 BD 平分 $\angle ABC$，$AD \parallel BC$ $\therefore AB = AD$

$\therefore$ 四边形 $ABFD$ 是菱形

(2)联结 AF、OF，

$\because AC \perp AB$，$\therefore AC \perp AB$ 即 $\angle BAC = 90°$

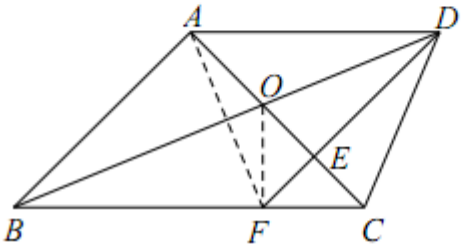
由四边形 $ABFD$ 为菱形得 $AF \perp BD$ 且 $OA = OF$

$\therefore \angle ABD = \angle FAC$

$\therefore \angle FOE = 2\angle FCA = 2\angle ABD = \angle ABC$

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle EOF$

$\therefore AC \cdot OE = AB \cdot EF$.



24.

(1)由题意得，$B(4,2)$，$A(0,-6)$

代入 $y=\frac{1}{3}x^2+bx+c$ 得，

$b=\frac{2}{3}$，$c=-6$

$\therefore y=\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}x-6$

(2)对称轴直线 $x=-1$

$B(4,2)\Rightarrow C(-6,2)$

又 $A(0,-6)$

$\therefore AC: y=-\frac{4}{3}x-6$

(3)分三种情况分类讨论即可

① $CD//AB$ 时，不存在，此时 $AC=BC$

② $AD//BC$ 时，$AB<AC$，过点 A 作 BC 平行线 l，以 C 为圆心，AB 为半径作弧，交 l 于 D_1

点 A 与 D_1 关于直线 $x=-1$ 对称，$\therefore D_1(-2,-6)$

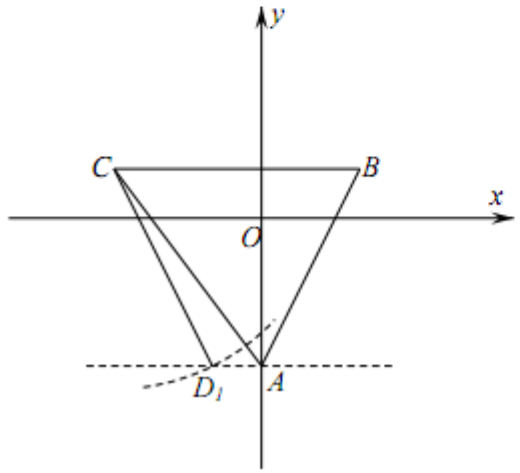
③ $BD\parallel AC$ 时，同理可得 D_2 点

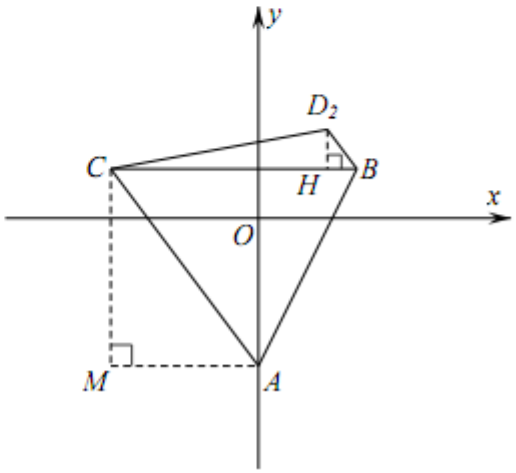
$BD_2\parallel AC\Rightarrow\triangle BHD_2\backsim\triangle AMC\Rightarrow\dfrac{D_2H}{HB}=\dfrac{4}{3}$

又 $BD_2=2$，$\therefore BH=\dfrac{6}{5}$，$HD_2=\dfrac{8}{5}$

$B(4,2)$ $\therefore D_2\left(\dfrac{14}{5},\dfrac{18}{5}\right)$

综上所述，$D_1(-2,-6)$，$D_2\left(\dfrac{14}{5},\dfrac{18}{5}\right)$





25.

(1)取 AD 中点 H，过 H 作 $HE\perp AC$ 交 AB 于 E

$r_E=5$

(2) $\triangle EHF\backsim\triangle FCG\Rightarrow\dfrac{EH}{FC}=\dfrac{HF}{CG}$

即 $\dfrac{3}{14-x}=\dfrac{x-4}{y}\Rightarrow y=-\dfrac{1}{3}x^2+6x-\dfrac{56}{3}(4\le x<14)$

(3)①当 G 在 BC 上时，

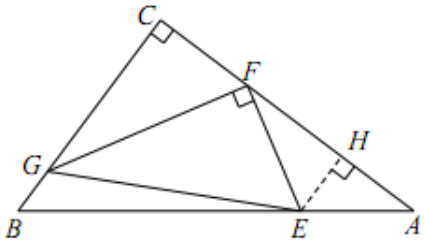
Ⅰ $\angle FGE=\angle CGF$ 时

$\triangle EHF\backsim\triangle FCG\backsim\triangle EFG\Rightarrow FH=CF=5$

$x=9$，$r_G=CG=\dfrac{25}{3}$，$r_E=5$

$GE=\dfrac{34}{3}$，$r_G-r_E<GE<r_G+r_E$

$\therefore\odot E$ 与 $\odot G$ 相交

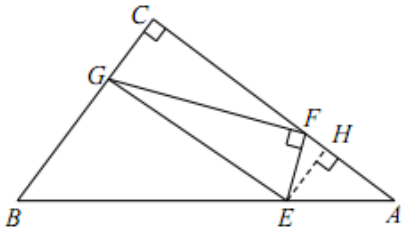


Ⅱ当 $\angle FGE=\angle CFG$ 时， $GE\perp BC$

$r_G=CG=3$， $GE=10$

$GE>r_E+r_G$

$\therefore \odot E$ 与 $\odot G$ 外离



②当 G 在 BC 延长线上时，设 GE 交 AC 于 M

$\triangle EHF\backsim\triangle FCG\Rightarrow\dfrac{EH}{FC}=\dfrac{HF}{CG}$

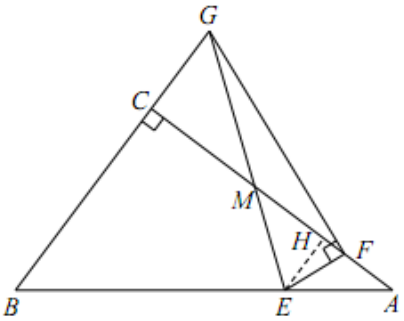
即 $\dfrac{3}{14-x}=\dfrac{4-x}{y}\Rightarrow y=\dfrac{1}{3}(x-4)(x-14)$

$\angle FGE=\angle CFG\Rightarrow ME=MF=MG$

$\therefore CG=HE=3$， $CM=MH=5$

$r_G=3$， $EG=2GM=2\sqrt{34}$ $GE>r_G+r_E$

$\therefore \odot E$ 与 $\odot G$ 外离



综上所述，当 $\triangle EFG$ 与 $\triangle FCG$ 相似时， $\odot E$ 与 $\odot G$ 相交或外离