一. 选择题

1.（2013 年上海市 4 分）如果将抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移 1 个单位，那么所得新抛物线的表达式是【　　】

（A）$y=(x-1)^2+2$　（B）$y=(x+1)^2+2$　（C）$y=x^2+1$　（D）$y=x^2+3$

【答案】C。

【考点】平移的性质。

【分析】将抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移 1 个单位，只要考虑将其顶点（0，2）向下平移 1 个单位，得到新抛物线的顶点（0，1），从而得到新抛物线的表达式 $y=x^2+1$。故选 C。

二. 填空题

1.（上海市 2002 年 2 分）如果 $f(x)=kx$，$f(2)=-4$，那么 $k=$__▲__.

【答案】－2。

【考点】函数值的意义，解一元一次方程。

【分析】根据函数值的意义得到关于 k 的一元一次方程，解出即可：

由题意可得：$2k=-4$，化系数为 1 得：$k=-2$。

2.（上海市 2003 年 2 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{x+1}{x}$，那么 $f(\sqrt{2}-1)=$__▲__。

【答案】$2+\sqrt{2}$。

【考点】求函数值，二次根式化简。

【分析】把 $x=\sqrt{2}-1$ 直接代入函数 $f(x)=\dfrac{x+1}{x}$ 即可求出函数值：

$$f(\sqrt{2}-1)=\frac{\sqrt{2}-1+1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=2+\sqrt{2}。$$

3.（上海市 2003 年 2 分）函数 $y=\dfrac{\sqrt{1-x}}{x}$ 的定义域是__▲__。

【答案】$x\le 1$ 且 $x\ne 0$。

【考点】函数自变量的取值范围，二次根式的性质和分式的意义。

【分析】根据二次根式被开方数必须是非负数的条件，要使 $\frac{\sqrt{1-x}}{x}$ 在实数范围内有意义，必须 $1-x\geq 0\Rightarrow x\leq 1$；

根据分式分母不等于 0 的条件，分母 $x\neq 0$。所以函数 $y=\frac{\sqrt{1-x}}{x}$ 的定义域是 $x\leq 1$ 且 $x\neq 0$。

4.（上海市 2004 年 2 分）函数 $y=\frac{x}{\sqrt{x+1}}$ 的定义域是___▲___。

【答案】$x>-1$。

【考点】函数自变量的取值范围，二次根式的性质和分式的意义。

【分析】根据二次根式被开方数必须是非负数的条件，要使 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义，必须 $x+1\geq 0\Rightarrow x\geq -1$。

根据分式分母不为 0 的条件，必须 $x+1\neq 0\Rightarrow x\neq -1$。

∴函数 $y=\frac{x}{\sqrt{x+1}}$ 的定义域是 $x>-1$。

5.（上海市 2004 年 2 分）已知 $a<b<0$，则点 $A(a-b，b)$ 在第___▲___象限。

【答案】三。

【考点】点的坐标。

【分析】由 abc 判断出 $A(a-b，b)$ 点坐标的符号，根据点在坐标系中各象限的坐标特点即可解答：

∵ abc，∴ $a-b<0$，$b<0$，

∴点 $A(a-b，b)$ 的横坐标和纵坐标都要小于 0，符合点在第三象限的条件。

6.（上海市 2005 年 3 分）函数 $y=\sqrt{x}$ 的定义域是___▲

【答案】$x\geq 0$。

【考点】函数自变量的取值范围，二次根式的性质。

【分析】根据二次根式被开方数必须是非负数的条件，要使 $\sqrt{x}$ 在实数范围内有意义，必须 $x\geq 0$。

7.（上海市 2005 年 3 分）如果函数 $f(x)=x+1$，那么 $f(1)=$___▲

【答案】2。

【考点】求函数值。

【分析】根据函数的定义，将 x =1 代入 $f(x)=x+1$ 即可： $f(1)=1+1=2$ 。

8.（上海市 2006 年 3 分）函数 $y=\frac{1}{x-3}$ 的定义域是___▲

【答案】$x\neq 3$ 。

【考点】函数自变量的取值范围，分式有意义的条件。

【分析】根据分式分母不为 0 的条件，直接得出结果： $x-3\neq 0$ ，解得： $x\neq 3$ 。

9.（上海市 2007 年 3 分）已知函数 $f(x)=\frac{3}{x+2}$ ，则 $f(1)=$___▲___.

【答案】1。

【考点】求函数值。

【分析】将 x=1 代入函数 $f(x)=\frac{3}{x+2}$ 即可求得 $f(1)$ 的值： $f(1)=\frac{3}{1+2}$ =1。

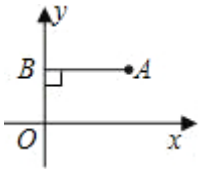
10.（上海市 2007 年 3 分）函数 $y=\sqrt{x-2}$ 的定义域是___▲___.

【答案】$x\geq 2$ 。

【考点】函数自变量的取值范围，二次根式有意义的条件。

【分析】根据二次根式被开方数必须是非负数的条件，要使 $\sqrt{x-2}$ 在实数范围内有意义，必须 $x-2\geq 0\Rightarrow x\geq 2$ 。

11.（上海市 2007 年 3 分）如图，在直角坐标平面内，线段 AB 垂直于 y 轴，垂足为 B ，且 $AB=2$ ，如果将线段 AB 沿 y 轴翻折，点 A 落在点 C 处，那么点 C 的横坐标是___▲___.



【答案】－2。

【考点】关于 y 轴对称的点的坐标。

【分析】关于 y 轴对称的点的坐标特征是纵坐标不变，横坐标互为相反数，从而点 A (2， b)关于 y 轴对称的点 C 的坐标是(－2， b)，即点 C 的横坐标是－2。

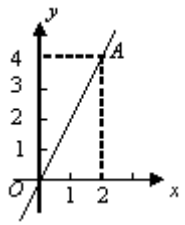
12.（上海市 2008 年 4 分）已知函数 $f(x)=\sqrt{x+1}$ ，那么 $f(2)=$___▲___.

【答案】$\sqrt{3}$ 。

【考点】求函数值。

【分析】将 $x=2$ 代入函数 $f(x)=\sqrt{x+1}$ 即可求得 $f(2)$ 的值： $f(2)=\sqrt{2+1}=\sqrt{3}$ 。

13.（上海市 2008 年 4 分）在图中，将直线 OA 向上平移 1 个单位，得到一个一次函数的图像，那么这个一次函数的解析式是__▲__.



【答案】 $y=2x+1$ 。

【考点】函数图像的平移。

【分析】如图，直线 OA 的关系式为 $y=2x$，直线 OA 向上平移 1 个单位，直线的斜率不变，在 y 轴上的截距 $+1$。因此所求一次函数的解析式是 $y=2x+1$。

14.（上海市 2009 年 4 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$，那么 $f(3)=$__▲__.

【答案】 $-\dfrac{1}{2}$ 。

【考点】求函数值。

【分析】将 $x=3$ 代入函数 $f(x)=\dfrac{1}{1-x}$ 即可求得 $f(3)$ 的值： $f(3)=\dfrac{1}{1-3}=-\dfrac{1}{2}$ 。

15.（上海市 2009 年 4 分）将抛物线 $y=x^2-2$ 向上平移一个单位后，得以新的抛物线，那么新的抛物线的表达式是__▲__.

【答案】 $y=x^2-1$ 。

【考点】函数图像的平移。

【分析】抛物线 $y=x^2-2$ 向上平移 1 个单位，抛物线顶点的横坐标不变，纵坐标 $+1$。因此所求新的抛物线的表达式是 $y=x^2-1$。

16.（上海市 2010 年 4 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$，那么 $f(-1)=$__▲__.

【答案】 $\dfrac{1}{2}$ 。

【考点】求函数值。

【分析】将 $x=-1$ 代入函数 $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$ 即可求得 $f(-1)$ 的值： $f(-1)=\frac{1}{(-1)^2+1}=\frac{1}{2}$ 。

17.（上海市 2010 年 4 分）将直线 $y=2x-4$ 向上平移 5 个单位后，所得直线的表达式是___▲___.

【答案】$y=2x+1$ 。

【考点】函数图像的平移。

【分析】直线 $y=2x-4$ 向上平移 5 个单位，直线的斜率不变，在 y 轴上的截距+5。因此所求一次函数的解析式是 $y=2x+1$ 。

18.（上海市 2011 年 4 分）函数 $y=\sqrt{3-x}$ 的定义域是___▲___.

【答案】$x\le 3$ 。

【考点】二次根式有意义的条件。

【分析】根据二次根式被开方数必须是非负数的条件，由直接得出结果：$3-x\ge 0\Rightarrow x\le 3$ 。

19.（2012 上海市 4 分）将抛物线 $y=x^2+x$ 向下平移 2 个单位，所得抛物线的表达式是___▲___.

【答案】$y=x^2+x-2$。

【考点】二次函数图象与平移变换。

【分析】根据平移变化的规律，左右平移只改变点的横坐标，左减右加。上下平移只改变点的纵坐标，下减上加。因此，将抛物线 $y=x^2+x$ 向下平移 2 个单位，所得抛物线的表达式是 $y=x^2+x-2$。

20.（2013 年上海市 4 分）已知函数 $f(x)=\frac{3}{x^2+1}$，那么 $f(\sqrt{2})=$ ___▲___.

【答案】1。

【考点】求函数值。

【分析】将 $x=\sqrt{2}$ 代入计算即可：$f(\sqrt{2})=\frac{3}{(\sqrt{2})^2+1}=\frac{3}{2+1}=\frac{3}{3}=1$。

21.**（上海市 2016 年 4 分）**函数 $y=\frac{3}{x-2}$ 的定义域是_____.

【答案】$x\ne 2$.

【解析】

试题分析：由分式的意义，得：$x-2\ne 0$，即 $x\ne 2$．故答案为：$x\ne 2$.

考点：分式的意义.

三. 解答题

1.（上海市 2002 年 10 分）已知：二次函数 $y=x^2-2(m-1)x+m^2-2m-3$，其中 m 为实数.

（1）求证：不论 m 取何实数，这个二次函数的图象与 x 轴必有两个交点；

（2）设这个二次函数的图象与 x 轴交于点 A（x_1，0）. B（x_2，0），且 x_1、x_2 的倒数和为 $\frac{2}{3}$，求这个二次函数的解析式.

【答案】（1）证明：和这个二次函数对应的一元二次方程是 $x^2-2(m-1)x+m^2-2m-3=0$，

$\Delta=4(m-1)^2-4(m^2-2m-3)$

$=4m^2-8m+4-4m^2+8m+12$

$=16>0$。

∵方程 $x^2-2(m-1)x+m^2-2m-3=0$ 必有两个不相等的实数根，

∴不论 m 取何值，这个二次函数的图象与 x 轴必有两个交点。

（2）解：由题意可知 x_1、x_2 是方程 $x^2-2(m-1)x+m^2-2m-3=0$ 的两个实数根，

∴$x_1+x_2=2(m-1)$，$x_1\cdot x_2=m^2-2m-3$.

∵ $\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{2}{3}$，即 $\frac{x_1+x_2}{x_1\cdot x_2}=\frac{2}{3}$，∴ $\frac{2(m-1)}{m^2-2m-3}=\frac{2}{3}$（*）

解得 m=0 或 m=5

经检验：m=0，m=5 都是方程（*）的解

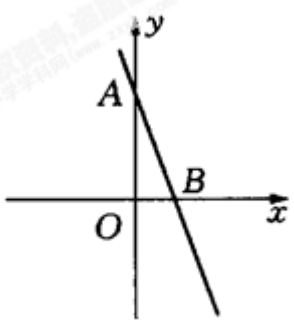
∴所求二次函数的解析是 $y=x^2+2x-3$ 或 $y=x^2-8x+12$。

【考点】抛物线与 x 轴的交点，一元二次方程根的判别式和根与系数的关系。

【分析】（1）判断二次函数 $y=x^2-2(m-1)x+m^2-2m-3$ 与 x 轴的交点情况，需要把问题转化为求对应的方程 $x^2-2(m-1)x+m^2-2m-3=0$ 根的的判别式的符号即可。

（2）而已知二次函数的图象与 x 轴交于点 A（x_1，0）. B（x_2，0），相当于已知此方程两根为 x_1，x_2. 可运用根与系数的关系解题，所求 m 的值不受限制，结果有两个。

2.（上海市 2003 年 10 分）已知：一条直线经过点 A（0，4）、点 B（2，0），如图，将这条直线向作平移与 x 轴负半轴、y 轴负半轴分别交于点 C、点 D，使 DB=DC。求：以直线 CD 为图象的函数解析式。



【答案】解：设直线 AB 的解析式为 y=kx+b，

把 A（0，4）、点 B（2，0）代入得 $\begin{cases}b=4\\2k+b=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-2\\b=4\end{cases}$。

∴直线 AB 的解析式为 y=－2x+4。

∵直线 AB 平移后得到 CD，∴可设直线 CD 为 y=－2x+b'。

∵DB=DC，DO⊥BC，∴OB=OC。∴b' =－4。

∴平移以后的函数解析式为：y=－2x－4。

【考点】待定系数法求一次函数解析式，直线上点的坐标与方程的关系，一次函数图象与几何变换。

【分析】先求出直线 AB 的解析式，再根据平移的性质求直线 CD 的解析式。

3.（上海市 2004 年 10 分）在直角坐标平面内，点 O 为坐标原点，二次函数[illegible]的图象交 x 轴于点[illegible]。

（1）求二次函数的解析式；

（2）将上述函数图象沿 x 轴向右平移 2 个单位，设平移后的图象与 y 轴的交点为 C，顶点为 P，求△POC 的面积。

【答案】解：（1）∵二次函数[illegible]的图象交 x 轴于点 $A(x_1,0)$、$B(x_2,0)$

∴ $x_1+x_2=-(k-5)$，$x_1x_2=-(k+4)$。

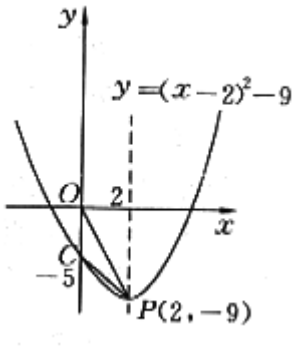
又∵ $(x_1+1)(x_2+1)=-8$，即 $x_1x_2+x_1+x_2+1=-8$，

∴ $-(k-5)-(k+4)=-9$，∴ $k=5$

∴二次函数的解析式为 $y=x^2-9$。

（2）平移后为[illegible]顶点[illegible]

∴ $S_{POC}=\frac{1}{2}\times 5\times 2=5$。



【考点】抛物线与 x 轴的交点，二次函数图象与几何变换，

【分析】（1）把 $(x_1+1)(x_2+1)=-8$ 展开即可得到与根与系数有关的式子，让二次函数的函数值为 0，结合求值即可。

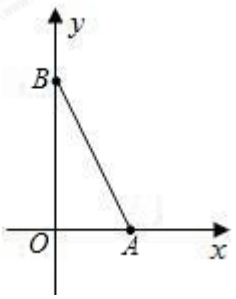
（2）可根据顶点式得到平移后的解析式，求得 P，C 坐标，$S_{\triangle POC}=\frac{1}{2}\times|OC|\times$P 的横坐标的绝对值。

4.（上海市 2006 年 12 分）如图，在直角坐标系中，O 为原点．点 A 在 x 轴的正半轴上，点 B 在 y 轴的正半轴上，$\tan\angle OAB=2$。二次函数 $y=x^2+mx+2$ 的图象经过点 A，B，顶点为 D。

（1）求这个二次函数的解析式（5 分）。

（2）将 $\triangle OAB$ 绕点 A 顺时针旋转 90° 后，点 B 落到点 C 的位置。将上述二次函数图象沿 y 轴向上或向下平移后经过点 C。请直接写出点 C 的坐标和平移后所得图象的函数解析式（3 分）。

（3）设（2）中平移后所得二次函数图象与 y 轴的交点为 B_1，顶点为 D_1。点 P 在平移后的二次函数图象上，且满足 $\triangle PBB_1$ 的面积是 $\triangle PDD_1$ 面积的 2 倍，求点 P 的坐标（4 分）。



【答案】解：（1）由题意，点 B 在二次函数 $y=x^2+mx+2$ 的图象上，∴点 B 的坐标为 $(0,\ 2)$，∴$OB=2$。

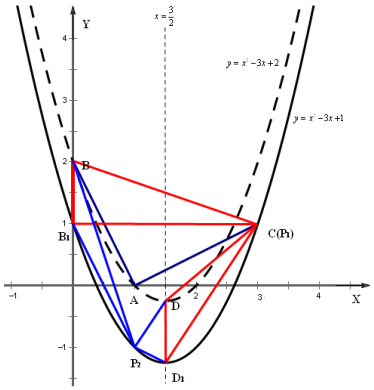
∵ $\tan\angle OAB=2$，即 $\dfrac{OB}{OA}=2$，∴ $OA=1$。∴点 A 的坐标为 $(1,\ 0)$。

又∵二次函数 $y=x^2+mx+2$ 的图象过点 A，∴ $0=1^2+m+2$，解得 $m=-3$。

∴所求二次函数的解析式为 $y=x^2-3x+2$。

（2）由题意，可得点 C 的坐标为 $(3,\ 1)$，所求二次函数解析式为 $y=x^2-3x+1$。

（3）由（2），经过平移后所得图象是原二次函数图象向下平移 1 个单位后所得的图象，那么对称轴直线 $x=\dfrac{3}{2}$ 不变，且 $BB_1=DD_1=1$。



∵点 P 在平移后所得二次函数图象上，

∴设点 P 的坐标为 $(x,\ x^2-3x+1)$，

在 $\triangle PBB_1$ 和 $\triangle PDD_1$ 中，∵ $S_{\triangle PBB_1}=2S_{\triangle PDD_1}$，∴边 BB_1 上的高是边 DD_1 上的高的 2 倍。

①当点 P 在对称轴的右侧时，$x=2\left(x-\dfrac{3}{2}\right)$，得 $x=3$，∴点 P 的坐标为 $(3,\ 1)$。

②当点 P 在对称轴的左侧，同时在 y 轴的右侧时，$x=2\left(\dfrac{3}{2}-x\right)$，得 $x=1$，∴点 P 的坐标为 $(1,\ -1)$。

③当点 P 在 y 轴的左侧时，$x<0$，又 $-x=2\left(\dfrac{3}{2}-x\right)$，得 $x=3>0$（舍去）。

∴所求点 P 的坐标为 $(3,\ 1)$ 或 $(1,\ -1)$。

【考点】二次函数综合题，曲线上点的坐标与方程的关系，三角函数定义，旋转和平移的性质。

【分析】（1）由点 B 在二次函数 $y=x^2+mx+2$ 的图象上求出点 B 的坐标而得到 $OB=2$。由 $\tan\angle OAB=2$，根据三角函数定义求出 $OA=1$ 而得到点 A 的坐标。由点 A 在二次函数 $y=x^2+mx+2$ 的图象上求出 $m=-3$，从而得到所求二次函数的解析式 $y=x^2-3x+2$。

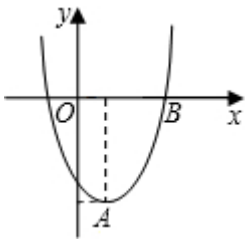
（2）由题意，可知点 C 的横坐标等于点 B 的纵坐标，点 C 的纵坐标等于点 A 的横坐标，即 $(3,\ 1)$。由平移的性质，设平移后得到的函数关系式为 $y=x^2-3x+c$，把 $(3,1)$ 代入，得 $c=1$，从而得到所求二次函数的解析式 $y=x^2-3x+1$。

（3）由 $S_{\triangle PBB_1}=2S_{\triangle PDD_1}$ 和 $BB_1=DD_1=1$，知边 BB_1 上的高是边 DD_1 上的高的 2 倍，据此，分别讨论点 P 在对称轴的右侧，点 P 在对称轴的左侧且在 y 轴的右侧，点 P 在 y 轴的左侧三种情况即可。

5.（上海市 2007 年 12 分）在直角坐标平面内，二次函数图象的顶点为 $A(1,-4)$，且过点 $B(3,0)$.

（1）求该二次函数的解析式；

（2）将该二次函数图象向右平移几个单位，可使平移后所得图象经过坐标原点？并直接写出平移后所得图象与 x 轴的另一个交点的坐标.



【答案】解：（1）设二次函数解析式为 $y=a(x-1)^2-4$，

∴二次函数图象过点 $B(3,0)$，∴ $4a-4=0$，得 $a=1$。

∴二次函数解析式为 $y=(x-1)^2-4$，即 $y=x^2-2x-3$。

（2）令 $y=0$，得 $x^2-2x-3=0$，解方程，得 $x_1=3$，$x_2=-1$。

∴二次函数图象与 x 轴的两个交点坐标分别为 $(3,\ 0)$ 和 $(-1,\ 0)$。

∴二次函数图象向右平移 1 个单位后经过坐标原点，平移后所得图象与 x 轴的另一个交点坐标为 $(4,\ 0)$。

【考点】待定系数法求二次函数解析式，二次函数图象与几何变换。

【分析】（1）有顶点就用顶点式来求二次函数的解析式。

（2）由于是向右平移，可让二次函数的y的值为 0，得到相应的两个x值，算出负值相对于原点的距离，而后让较大的值也加上距离即可。