学而思高中部 胡晓晨老师

1．$a+a^{-1}=4$，$a^2+a^{-2}=14$，$a^4+a^{-4}=194$

2．$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times(6\times\frac{3}{5})\times(6\times\frac{4}{5})=\frac{216}{25}$

【高中知识点】解三角形——三角形面积公式

3．$\frac{a^2+b^2}{a^2}+\frac{a^2+b^2}{b^2}=4$，$\frac{b^2}{a^2}+\frac{a^2}{b^2}=2$，$b^4+a^4=2a^2b^2$，$a^2=b^2$

若$a=b$，$(\frac{b}{a})^{2013}-(\frac{a}{b})^{2014}=0$

若$a=-b$，$(\frac{b}{a})^{2013}-(\frac{a}{b})^{2014}=-2$

ans　0或-2

4．第五列B+A=D，结合第一列A+B=D，可得第二列B+C=B没有进位

$\therefore$ C$=0$

$\therefore$ A+B=D也没有进位，算式即

$$\begin{array}{r} \text{A B B 0 B} \\ +\ \text{B 0 A D A} \\ \hline \text{D B D D D} \end{array}$$

而$A\geq1,B\geq1$，且$A\neq B$

$\therefore D=A+B\geq3$

D可取到$3,4,\cdots,9$，共7个值

5．$\frac{40\times20\times10}{100\times40}=2$

【注】我觉得答案也可以是-40cm，砖扔到鱼缸里，鱼缸就被砸破了

6．连BF,JH，过H作$HM\perp AJ$于M，则$\triangle FBE\cong\triangle HJM$

$\therefore MJ=BE$

$\therefore AJ-DH=AJ-AM=MJ=BE$

$\therefore AJ=DH+BE=JE+BE=BJ$

$\therefore AJ=\frac{1}{2}$

$\therefore \angle GJA = 60°$

$\therefore \angle IJE = 30°$

设 $IJ = x$，则 $BE = x$，$JE = \frac{\sqrt{3}}{2}x$，$BJ = x + \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{1}{2}$

$\therefore x = 2 - \sqrt{3}$

7. 题目不全

8. 【注】题目表述应为内切球，不是内切圆

大正方体边长 $2\ \mathrm{cm}$，其内切球直径 $2\ \mathrm{cm}$，也作为小正方体的外接球

$\therefore$ 小正方体边长 $\frac{2}{\sqrt{3}}\ \mathrm{cm}$

小正方体表面积 $6 \times (\frac{\sqrt{2}}{3})^2 = 8\ \mathrm{cm}^2$

【高中知识点】立体几何——正方体与球

9. $\frac{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2}{2} = \frac{16 + 36 + 100}{2} = 8 + 18 + 50 = 76$

10. $1 - \frac{4}{5} \times \frac{4}{6} = \frac{7}{15}$

【高中知识点】概率——对立事件发生的概率

11. $(-8, 4)$

12. 【注】题目应当补充条件：行驶的时间刚好为整数（单位：小时）

$(100c + 10b + a) - (100a + 10b + c) = 55t$

即 $99(c - a) = 55t$

$9(c - a) = 5t$

$\therefore c - a = 5, t = 9$

$\therefore a = 1, c = 6$

$\therefore b = 0$

$a^2+b^2+c^2=37$

13．$(2x^2-3)(7x-4)+(-5x+2)=14x^3-8x^2-26x+14$

14．【注】题目意思应表述为，最大的正整数最大值可能为多少　　ans 35；

可构造出11个数分别为1, 1, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 11, 35

15．设 $AD=1$，$DC=2$，则 $AE=\frac{1}{\sqrt{3}}$，$DF=2AD=2$，$AF=\sqrt{3}$，

$EF=AF-AE=\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}$

$\therefore \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{ABCD}}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}}{2}=\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$

二、

16．C

17．$x_0>-1$

18．4

【高中知识点】解析几何——点的轨迹问题

19．设 $BC=x$，则

$S=(x-a)3b-(x-4b)a=(3b-a)x+ab$，当 $a=3b$ 时，S 不变

ans　B

三、

20．$\left|\frac{1}{2}x-2\right|=a+3$

若 $a+3<0$，即 $a<-3$，原方程无解

若 $a+3=0$，即 $a=-3$，原方程即 $\left|\frac{1}{2}x-2\right|=0$，　$x=4$

若 $a+3>0$，即 $a>-3$，原方程即 $\frac{1}{2}x-2=\pm(a+3)$，　$x=2a+10$ 或 $-2a-2$

【高中知识点】绝对值不等式

21．⑴设购进甲、乙两种手机分别x,y台，则

$$\begin{cases}0.4x+0.25y=15.5\\0.03x+0.05y=2.1\end{cases}$$

解得$\begin{cases}x=20\\y=30\end{cases}$

答：购进甲手机20台，乙手机30台

⑵设增加购进乙手机数量为a台，则甲手机减少$\frac{a}{2}$台，则

$$(20-\frac{a}{2})\times0.4+(30+a)\times0.25\le16$$

解得$a\le10$

$$(20-\frac{a}{2})\times0.03+(30+a)\times0.05=0.035a+2.1\le2.45$$

$\therefore$当$a=10$时，利润最大，此时乙手机共40台，甲手机共15台

答：购进甲手机15台，乙手机40台，可达到利润最大，最大为2.45万元

22．⑴设OD与AC交于点E，连OC

则 $\left.\begin{matrix}AC\perp CB\\OE/\!/CB\end{matrix}\right\}\Rightarrow OE\perp AC\Rightarrow EA=EC\Rightarrow DA=DC$

$$\left.\begin{matrix}DA=DC\\OA=OC\end{matrix}\right\}\Rightarrow\triangle DAO\cong\triangle DCO\Rightarrow\angle DCO=\angle DAO=90^\circ$$

$\therefore DC$为切线，即DE为切线

⑵$\frac{CE}{DE}=\frac{2}{3}$，则$\frac{DC}{DE}=\frac{1}{3}$

$$\angle ODA=\angle ODE\ \Rightarrow\ \frac{OA}{OE}=\frac{DA}{DE}=\frac{DC}{DE}=\frac{1}{3}$$

设$OA=x$，则$OE=3x$

$\therefore OB=x,BE=2x$

CE为切线，$\angle ECB=\angle CAE\ \Rightarrow\ \triangle ECB\backsim\triangle EAC$

$$\therefore\frac{EC}{EA}=\frac{EB}{EC}=\frac{CB}{AC}\ \Rightarrow\ EC=2\sqrt{2}x\ \Rightarrow\ \frac{CB}{CA}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

设$CB=a$，则$CA=\sqrt{2}a$

$$CB^2+CA^2=AB^2$$

$\therefore a^2+2a^2=4x^2 \Rightarrow a=\frac{2}{\sqrt{3}}x \Rightarrow \cos\angle ABC=\frac{CB}{CA}=\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}x}{2x}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

23.⑴

$$\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}-1=\frac{\sqrt{n^2(n+1)^2+n^2+(n+1)^2}}{n(n+1)}-1=\frac{\sqrt{n^2(n+1)^2+2n(n+1)+1}}{n(n+1)}-1$$

$$=\frac{\sqrt{(n(n+1)+1)^2}}{n(n+1)}-1=\frac{n(n+1)+1}{n(n+1)}-1=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$$

⑵原式 $=(1+1-\frac{1}{2})+(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+\cdots+(1+\frac{1}{9}-\frac{1}{10})=9+(1-\frac{1}{10})=\frac{99}{10}$

【高中知识点】数列——裂项求和

24.⑴ $y=-x^2-2x+3$

⑵①$\triangle PDE$ 为直角三角形，且 $\angle P=\angle BAC=45°$

$\therefore PE=\sqrt{2}PD=\sqrt{2}DE$

$\therefore C_{\triangle PDE}=PE+DE+PD=(\sqrt{2}+1)PE$

设 $P(m,-m^2-2m+3)$，易求得直线 AB 解析式为 $y=x+3$

则 $E(m,m+3)$

$\therefore PE=-m^2-3m=-(m+\frac{3}{2})^2+\frac{9}{4}$

$\therefore$ 当 $m=-\frac{3}{2}$ 时，PE 取到最大值 $\frac{9}{4}$，$C_{\triangle PDE}=(\sqrt{2}+1)PE$ 取到最大值 $\frac{9(\sqrt{2}+1)}{4}$

此时 $P(-\frac{3}{2},\frac{15}{4})$

②若 N 在对称轴上，则 $PF=2$，即 $-m^2-2m+3=2$

$\therefore m=-1\pm\sqrt{2}$

又 $-3<m<0$

$\therefore m=-1-\sqrt{2}$

$\therefore P(-1-\sqrt{2},2)$

若点 M 在对称轴上，则 $AF+PF=2$

$\therefore 3+m-m^2-2m+3=2$

$$\therefore m=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$$

又$-3<m<0$

$$\therefore m=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$$

$$\therefore -m^2-2m+3=\frac{\sqrt{17}-1}{2}$$

$$\therefore P(\frac{-1-\sqrt{17}}{2},\frac{\sqrt{17}-1}{2})$$

【试卷总结与分析】

1．高中知识点分析

从涉及到的重要高中知识点来说，二附中的考察并无明显针对性（例如上中的考点，明显针对不等式）本卷中考到的解三角形、概率、立体几何、解析几何、数列等等，涉及到的也非常非常浅，而且考试足以通过初中知识解决

2．初高衔接知识点分析

高中知识中，代数与几何所占比重差异巨大，代数大约占到 95%，几何大约 5%

想打好初高衔接基础，建议把精力全部放在代数，这其中又主要以

①代数式变换（因式分解、配方、根式与分式的化简计算）

②解方程

③二次函数的图像与性质

为主

这在本试卷中，体现的非常非常明显，也说明了参加二附中的考试，并不需要超前学习很多，在初中知识的延展范围内，牢牢地打好基础即可

考到的初高衔接的知识题目如第一、1，3，9，12，17

第 20，23 题等，全部都在考察“解方程”，“代数式变换”，“二次函数性质”

这也与高中数学以代数为主切合

因此，二附中的选拔主线便是——让代数功底强的学生占据主要优势

3．初中知识点分析

初中知识以几何为主，但本卷中几何考到的并不多，考察了基本的知识与应用

如第 2，5，6 题（本题难度较大，来源是 2014 年美国数学竞赛十二年级试题）

第 15 题

第二 16，19 题，　第 22 题

数论知识考察也少，如第 4，12 题

建议考生无需花太大精力，若已有基本的数论组合知识，可放心应考；若考生完全没有接触过，建议尽快补充知识，否则会在这方面的考题吃亏