2011年华二自主招生 数学试卷

一、填空题（每题4分）

1．已知关于x的多项式$ax^7+bx^5+x^2+x+12$（a、b为常数），且当$x=2$时，该多项式的值为-8，则当$x=-2$时，该多项式的值为_____．（40）

2．已知关于x的方程$x^2+(a-2)x+a+1=0$的两实根x_1、x_2满足$x_1^2+x_2^2=4$，则实数$a=$_____．（$3-\sqrt{11}$）

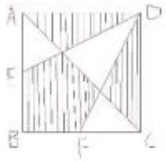
3．已知当船位于处A时获悉，在其正东方向相距10海里的B处有一艘渔船遇险等待营救，甲船立即前往救援，同时把消息告知在甲船的南偏西30°，相距10海里C处的乙船，试问乙船应该朝北偏东_____度的方向沿直线前往B处救援．（60°）

4．关于x、y的方程组$\begin{cases}x^{x-y}=y^{x+y}\\ y\sqrt{x}=1\end{cases}$有_____组解．（1组解）

5．已知a，b，c均大于零，且$a^2+2ab+2ac+4bc=20$则$a+b+c$的最小值是_____．（$2\sqrt{3}$）

6．已知二次函数$y=2x^2-px+5$，当$x\geq -2$时，y的值随x的值增加而增加，那么$x=p$对应的y值的取值范围是_____．（$y\geq 69$）

7．如图所示，正方形$ABCD$的面积设为1，E和F分别是AB和BC的中点，则图中阴影部分的面积是_____．（$\frac{2}{3}$）



8．在直角梯形$ABCD$中，$\angle ABC=\angle BAD=90^\circ$，$AB=16$，对角线$AC$与交$BD$于点$E$，过$E$作$EF\perp AB$于点$F$，$O$为边$AB$的中点，且$FE+EO=8$，则$AD+BC$的值为_____．（16）

9．以下是面点师一个工作环节的数学模型：如图，在数轴上截取从0到1对应的线段，对折后（坐标1所对应的点与原点重合）再均匀地拉成1个单位长度的线段，这一过程称为一次操作（例如在第一次操作

完成后，原来的坐标$\frac{1}{4},\frac{3}{4}$变成$\frac{1}{2}$，原来的$\frac{1}{2}$变成1，等等），那么原数轴从0到1对应的线段上（除两个端点外）的点，在第n次操作完成后（$(n\geq 1)$），恰好被拉到与1重合的点所对应的坐标为_____.

$\frac{K}{2^n}(k\in[1,2^n]$中的奇数)

10．定义$\min\{a,b,c\}$表示实数a,b,c中的最小值，若x,y是任意正实数，则$M=\min\left\{x,\frac{1}{y},y+\frac{1}{x}\right\}$的最大值是_____.（$\sqrt{2}$）

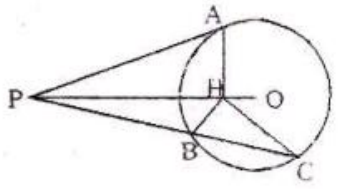
二、计算题（20分）

11．四个不同的三位整数的首位数字相同，并且它们的和能被它们中的三个数整除，求这些数．（10分）

先设这四个数为x1,x2,x3,x4，且它们的和能被其中的x2,x3,x4整除，x2<x3<x4;则根据题意有，
(x1+x2+x3+x4)/x2=[1+(x1+x3+x4)/x2]=N(自然数)，即
(x1+x3+x4)/x2=N-1，因为他们的首位数字相同，所以N-1应该在3附近，又x2<x3<x4，所以(x1+x3+x4)/x2=4
同理(x1+x2+x4)/x3=3 & (x1+x2+x3)/x4=2； 解出来有：4*x3=5*x2=3*x4
由5*x2=3*x4→2*x2=3*(x4-x2)，因为x4和x2的首数字相同，所以x4-x2最大为99，即x2最大为148，且由4*x3=5*x2=3*x4可以知道，x2应该能被12整除，故x2可以为108，120，132，144；进而求出x3为135，150……，x4为180，200……
所以x2只能取为x2=108,从而，x3=135, x4=180, x1=117

即这四个数是108，117，135，180

12．如图，已知PA切$\odot O$于A，$\angle APO=30°$，$AH\perp PO$于H，任作割线PBC交$\odot O$于点B、C，计算$\frac{HC-HB}{BC}$的值．（10分）



证明 连接OC,OB,过B作OP的平行线交HC于Q

先证明△HOC相似△COP
用圆周角证明HBCO四点共圆
利用平行线内错角相等证明HQ=HB，
所以HC-HB=HC-HB=QC
QC：BC=HC：PC=$\frac{1}{2}$