冲刺 17 年自主招生之

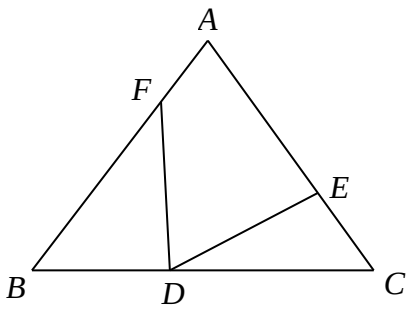
2014 年上中自主招生试卷

一、填空题

1. 已知$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{a+b}$，则$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=$_____。

2. 有_____个实数x，可以使得$\sqrt{120-\sqrt{x}}$为整数。

3. 如图，ΔABC中，$AB=AC$，$CD=BF$，$BD=CE$，用含$\angle A$的式子表示$\angle EDF$，应为$\angle EDF=$_____。



4. 在直角坐标系中，抛物线$y=x^2+mx-\frac{3}{4}m^2(m>0)$与$x$轴交于$A$、$B$两点，若$A$、$B$两点到原点的距离分别为$OA$、$OB$，且满足$\frac{1}{OB}-\frac{1}{OA}=\frac{2}{3}$，则$\mathrm{m}=$_____。

5. 定圆A的半径为 72，动圆B的半径为r，$r<72$且r是一个整数，动圆B保持内切于圆A且沿着圆A的圆周滚动一圈，若动圆B开始滚动时的切点与结束时的切点是同一点，则r共有_____个可能的值。

6. 学生若干人租游船若干只，如果每船坐 4 人，就余下 20 人；如果每船坐 8 人，那么就有一船不空也不满，则学生共有_____人。

7. 对于各数互不相等的正数数组(a_1，a_2，…，a_n)(n是不小于 2 的正整数)，如果在$i<j$时有$a_i>a_j$，则称a_i与a_j是该数组的一个“逆序”。例如数组(2，4，3，1)中有逆序“2，1”，“4，3”，“4，1”，“3，1”，其逆序数为 4，现若各数互不相同的正数数组(a_1，a_2，a_3，a_4，a_5，a_6)的逆序数为 2，则(a_6，a_5，a_4，a_3，a_2，a_1)的逆序数是_____。

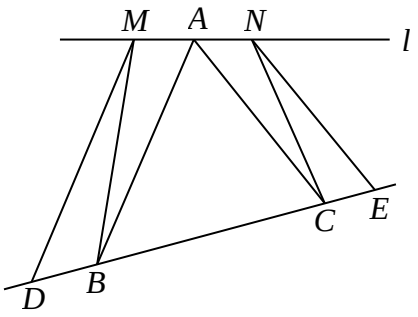
8. 若n为正整数，则使得关于x的不等式$\frac{11}{21}<\frac{n}{x+n}<\frac{10}{19}$有唯一的整数解的n的最大值为_____。

二、选择题

9. 已知$x^2+ax-12$能分解成两个整系数的一次因式的积，则符合条件的整数a的个数为(　　)

A.3　　B.4　　C.6　　D.8

10. 如图，D、E分别为ΔABC的底边所在直线上的两点，$DB=EC$，过A作直线l，作$DM//BA$交l于M，作$EN//CA$交l于N。设ΔABM面积为S_1，ΔACN面积为S_2，则(　　)



A. $S_1>S_2$

B. $S_1=S_2$

C. $S_1<S_2$

11. 设p_1，p_2，q_1、q_2为实数，则$p_1p_2=2(q_1+q_2)$，若方程甲：$x^2+p_1x+q_1=0$，乙：$x^2+p_2x+q_2=0$，则(　　)

A. 甲必有实根，乙也必有实根　　B. 甲没有实根，乙也没有实根

C. 甲、乙至少有一个有实根　　D. 甲、乙是否总有一个有实根不能确定

12. 设$a=\frac{1^2}{1}+\frac{2^2}{3}+\frac{3^2}{5}+\cdots+\frac{1007^2}{2013}$，$b=\frac{1^2}{3}+\frac{2^2}{5}+\frac{3^2}{7}+\cdots+\frac{1007^2}{2015}$，则以下四个选项中最接近$a-b$的整数为(　　)

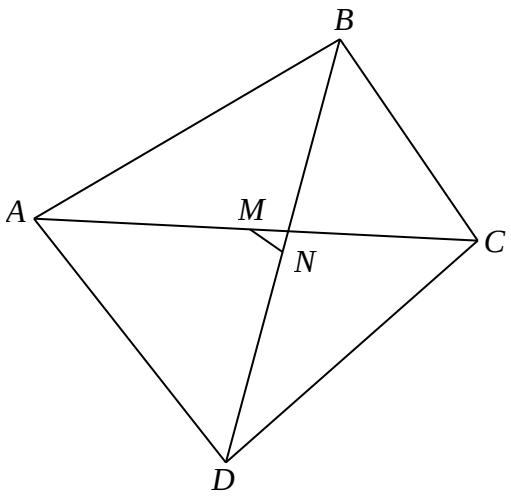
A. 252　　B. 504　　C. 1007　　D . 2013

二、解答题

13. 直角三角形 ABC 和直角三角形 ADC 有公共斜边 AC（B、D 位于 AC 的两侧），M、N 分别是 AC、BD 中点，且 M、N 不重合。

(1)线段 MN 与 BD 是否垂直？证明你的结论；

(2)若 $\angle BAC=30°$，$\angle CAD=45°$，$AC=4$，求 MN 的长。



14. 是否存在 m 个不全相等的正数 a_1，a_2，…，a_m（$m\geqslant 7$），使得它们能合部被摆放在一个圆周上，每个数都等于其相邻两数的乘积？若存在，求出所有这样的 m 值；若不存在，说明理由。