冲刺 17 年自主招生之

2013 年上中自主招生试卷

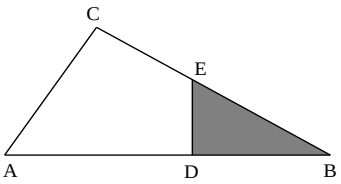
一、填空题

1. 计算 $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{2012}+\sqrt{2013}}=$_____。

2. 设 x,y,z 为整数且满足 $|x-y|^{2012}+|y-z|^{2013}=1$，则代数式 $|x-y|^3+|y-z|^3+|z-x|^3$ 的值为_____。

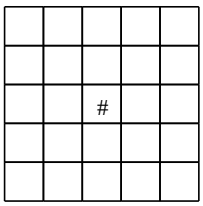
3. 若有理数 a,b 满足 $\sqrt{\frac{21}{4}-3\sqrt{3}}=a+\sqrt{b}$，则 $a+b=$_____。

4. 如图，$\triangle ABC$ 中，AC=3，BC=4，AB=5，线段 DE⊥AB，且 $\triangle BDE$ 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的三分之一，那么，线段 BD 长为_____。



5. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像与 x 轴有两个交点 M、N，顶点为 R，若 $\triangle MNR$ 恰好是等边三角形，则 $b^2-4ac=$_____。

6. 如图为 25 个小正方形组成的 5×5 棋盘，其中含有符号“#”的各种正方形共有_____个。



7. 平面上有n个点，其中任意三点都是直角三角形的顶点，则n的最大值为_____。

8. 若方程$\left(x^2-1\right)\left(x^2-4\right)=k$有四个非零实根，且它们在数轴上对应的四个点等距排列，则实数$k=$_____。

9. 一个老人有n匹马，他把马全部分给两个儿子，大儿子得x匹，小儿子得y匹，$\left(x>y\geq 1\right)$，并且满足x是$n+1$的约数，y也是$n+1$的约数，则正整数n共有_____种可能的取值?

10. 已知$a>0$，且不等式$1<ax<2$恰有三个正数解，则当不等式$2<ax<3$含有最多的整数解时，正数a的取值范围为_____。

二、解答题

11. 设方程$x^2-x-1=0$的两个根为a,b，求满足$f(a)=b, f(b)=a, f(1)=1$的二次函数$f(x)$。

12. 已知$1+2+3+\cdots+n=\frac{1}{2}n(n+1)$，这里$n$为任意正整数，请你利用恒等式$(n+1)^3=n^3+2n^2+3n+1$，推导出$1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$的计算公式。

13. 解方程组 $\begin{cases} x^2=1+(y-z)^2 \\ y^2=2+(z-x)^2 \\ z^2=3+(x-y)^2 \end{cases}$

14. 已知$\triangle ABC$，CA=5，AB=6，BC=7，$\triangle A'B'C'$中，$\angle A'=\angle A$，$\angle B'=\angle B$，但$\triangle A'B'C'$的大小和位置不定，当A'到 BC 的距离为 3，B'到 AC 的距离为 1（如图），问：C'到 AB 的距离是否定值？若是，求出此定值；若不是，说明理由。

