2013 复附答案

学而思培优

冲刺 17 年自主招生之

2013 复附自主招生试卷（部分）

1.已知：$|a+b|\le c,|b+c|\le a,|c+a|\le b$,求$a+b+c$的值。 ∵a.b.c>0

分析：不等式+绝对值

法一：$\begin{cases}(a+b)^2\le c^2\\(b+c)^2\le a^2\\(c+a)^2\le b^2\end{cases}$

法二：∴ $\begin{cases}a+b\le c\\b+c\le a\\c+a\le b\end{cases}\Rightarrow a+b+c\le 0$

∴ $a+b+c=0$

∴ $2a^2+2b^2+2c^2+2ab+2bc+2ca\le a^2+b^2+c^2$

$(a+b+c)^2\le 0$

∴ $a+b+c=0$

2.已知$\begin{cases}xy+x+y=17\\x^2y+xy^2=66\end{cases}$，求$x^4+x^3y+x^2y^2+xy^3+y^4$的值。

分析：韦达定理

原式=12499（参考"方程与方程组"第12题）

3.若a、b、c为正有理数，证明：(1)若$\sqrt{a}+\sqrt{b}$为有理数，则$\sqrt{a}$、$\sqrt{b}$为有理数，

(2)若$\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$为有理数，则$\sqrt{a}$、$\sqrt{b}$、$\sqrt{c}$为有理数。

分析：无理数及有理数的证明

（见"代数式(一)"第19题）