

第一部分（选择题 共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. 函数 $f(x) = \log_{0.5}(x-1)$ 的定义域为 ()。

- A. $(-1, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(0, +\infty)$ D. $(-\infty, 0)$

2. 在复平面内，复数 $z = (1+i)(2-i)$ 对应的点位于 ()。

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. “ $x=1$ ”是“ $x^2-1=0$ ”的 ()。

- A. 充分必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分而不必要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 已知向量 $\vec{a} = (3, -4)$, $\vec{b} = (x, y)$, 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 则 ()。

- A. $3x-4y=0$ B. $3x+4y=0$ C. $4x+3y=0$ D. $4x-3y=0$

5. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 1$, 直线 l 过点 $(-2, 0)$, 若直线 l 上任意一点到圆心距离的最小值等于圆的半径, 则直线 l 的斜率为 ()。

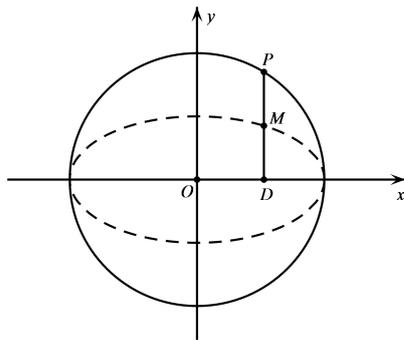
- A. $\pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ B. ± 3 C. $\pm \sqrt{2}$ D. ± 1

6. 函数 $f(x) = \sin 2x - \cos 2x$ 的一个单调递增区间是 ()。

- A. $\left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ B. $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$ C. $\left[-\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}\right]$ D. $\left[-\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}\right]$

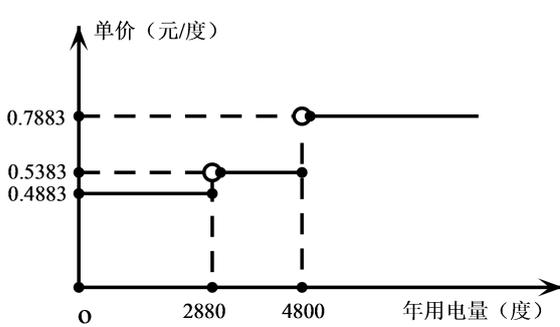
7. 如图, 在圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上任取一点 P , 过点 P 作 x 轴的垂线段 PD , D 为垂足. 当点 P 在圆上运动时, 线段 PD 的中点 M 的轨迹是椭圆, 那么这个椭圆的离心率是 ()。

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

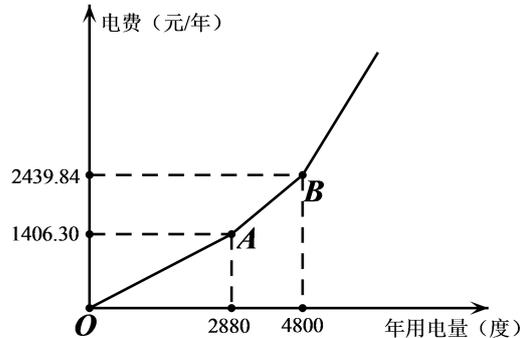




8. 某地实行阶梯电价，以日历年（每年1月1日至12月31日）为周期执行居民阶梯电价，即：一户居民用户全年不超过2880度（1度=千瓦时）的电量，执行第一档电价标准，每度电0.4883元；全年超过2880度至4800度之间的电量，执行第二档电价标准，每度电0.5383元；全年超过4800度以上的电量，执行第三档电价标准，每度电0.7883元。下面是关于阶梯电价的图形表示，其中正确的有（ ）。

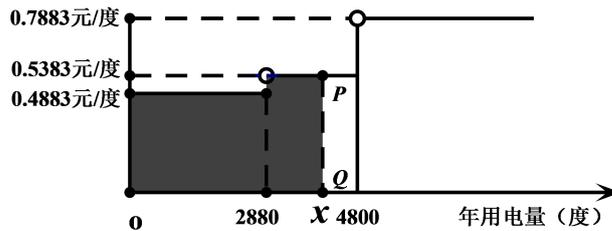


①



②

线段PQ左侧阴影部分的面积表示年用电量为x度时的电费



③

参考数据：0.4883元/度 \times 2880度=1406.30元，

$$0.5383\text{元/度}\times(4800-2880)\text{度}+1406.30\text{元}=2439.84\text{元}.$$

- A. ①② B. ②③ C. ①③ D. ①②③

第二部分（非选择题共110分）

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分。

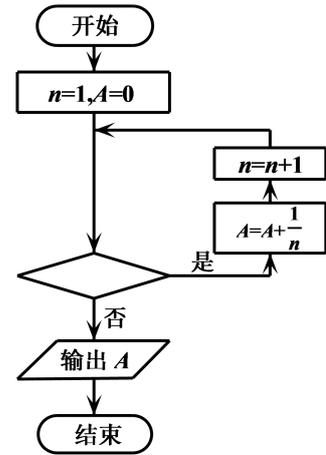
9. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，若 $S_9=72$ ，则 $a_2+a_4+a_9=$ _____。

10. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} y \leq x-1, \\ x \leq 3, \\ x+y \geq 4, \end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值是_____。

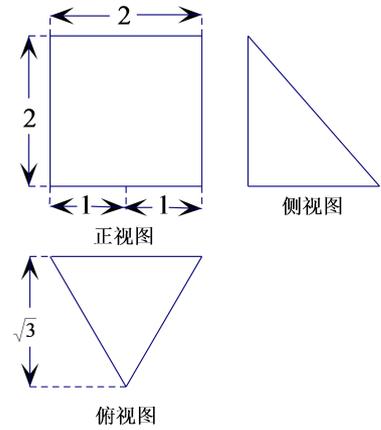
11. 已知下列函数：① $f(x)=x^3-x$ ；② $f(x)=\cos 2x$ ；③ $f(x)=\ln(1-x)-\ln(1+x)$ ，其中奇

函数有_____个.

12. 下图是计算 $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2016}$ 的程序框图, 判断框内的条件是_____.



13. 已知某几何体的三视图, 则该几何体的体积是_____.



14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - a & (x < 1) \\ \log_2(x+a) & (x \geq 1) \end{cases}$, $(a > -1)$. ①当 $a=0$ 时, 若 $f(x)=0$, 则 $x =$ _____;

②若 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的增函数, 则 a 的取值范围是_____.



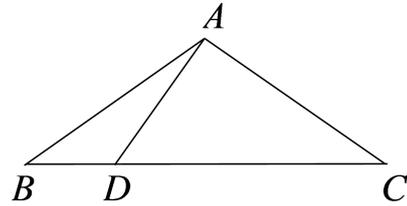
三、解答题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15. (本小题 13 分)

如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在 BC 边上， $AD \perp AC$ ， $\cos B = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ， $AB = 3\sqrt{2}$ ， $BD = \sqrt{3}$ 。

(I) 求 $\triangle ABD$ 的面积；

(II) 求线段 DC 的长。



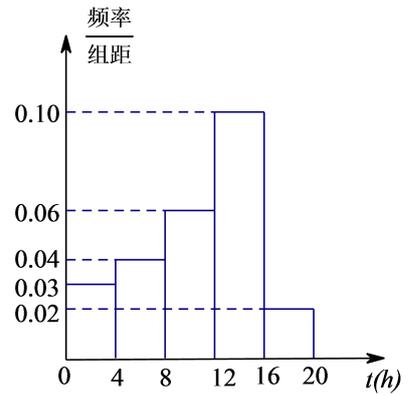


16. (本小题 13 分)

倡导全民阅读是传承文明、更新知识、提高民族素质的基本途径. 某调查公司随机调查了1000位成年人一周的平均阅读时间(单位: 小时), 他们的阅读时间都在 $[0,20]$ 内, 将调查结果按如下方式分成五组: 第一组 $[0,4)$, 第二组 $[4,8)$, 第三组 $[8,12)$, 第四组 $[12,16)$, 第五组 $[16,20]$, 并绘制了频率分布直方图, 如图. 假设每周平均阅读时间不少于12小时的人, 称为“阅读达人”.

(I) 求这1000人中“阅读达人”的人数;

(II) 从阅读时间为 $[8,20]$ 的成年人中按分层抽样抽取9人做个性研究. 从这9人中随机抽取2人, 求这2人都不是“阅读达人”的概率.

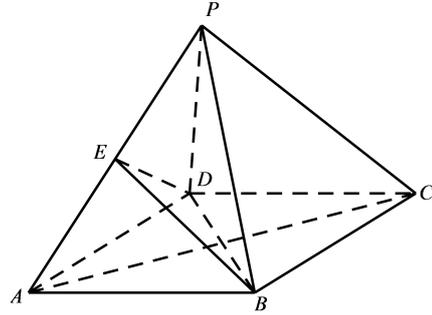




17. (本小题 14 分)

如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 4 的菱形, $PD = PB = 4$, $\angle BAD = 60^\circ$, E 为 PA 中点.

- (I) 求证: $PC \parallel$ 平面 EBD ;
- (II) 求证: 平面 $EBD \perp$ 平面 PAC ;
- (III) 若 $PA = PC$, 求三棱锥 $C-ABE$ 的体积.





18. (本小题 13 分)

设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $a_1 = 1$, $2S_n = a_{n+1} - 1$.

(I) 求 a_2 , a_3 的值;

(II) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式, 并求数列 $\{a_n + 2n - 1\}$ 的前 n 项和 T_n .



19. (本小题 14 分)

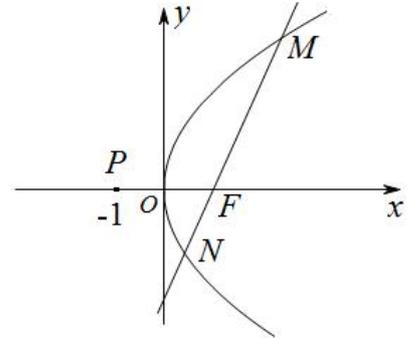
已知点 F 为抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 过点 F 的动直线 l 与抛物线 C 交于 M, N

两点, 如图. 当直线 l 与 x 轴垂直时, $|MN| = 4$.

(I) 求抛物线 C 的方程;

(II) 已知点 $P(-1, 0)$, 设直线 PM 的斜率为 k_1 , 直线 PN 的斜

率为 k_2 . 请判断 $k_1 + k_2$ 是否为定值, 若是, 写出这个定值, 并证明你的结论; 若不是, 说明理由.





20. (本小题 13 分)

设函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 的图象与直线 $y = -3x + 8$ 相切于点 $P(2, 2)$.

(I) 求函数 $f(x)$ 的解析式;

(II) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(III) 设函数 $g(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m+1}{2}x^2 + mx - \frac{1}{3}(m > 1)$, 对于 $\forall x_1 \in [0, 4]$, $\exists x_2 \in [0, 4]$, 使得

$f(x_1) = g(x_2)$, 求实数 m 的取值范围.

丰台区 2015-2016 年第一学期期末练习

高三数学（文科）参考答案

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	C	A	D	D	B

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9. 24 10. 5 11. 2 12. $n \leq 2016$ 13. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 14. 1, $[1, +\infty)$

三、解答题：本大题共 5 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15. (本小题 13 分)

解 (I) $\because \cos B = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 且 $0 < B < \pi$,

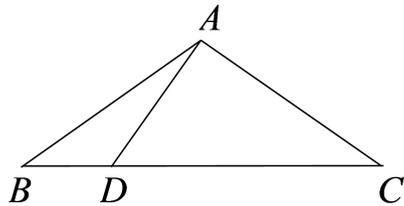
$$\therefore 0 < B < \frac{\pi}{2}.$$

又 $\because \sin^2 B + \cos^2 B = 1$,

$$\therefore \sin B = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}. \therefore \sin B = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\therefore AB = 3\sqrt{2}, \quad BD = \sqrt{3},$$

$$\begin{aligned} \therefore S_{\triangle ABD} &= \frac{1}{2} AB \cdot BD \sin B = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$



(II) $\because AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cos B$,

$$\text{且 } AB = 3\sqrt{2}, \quad BD = \sqrt{3}, \quad \cos B = \frac{\sqrt{6}}{3},$$

$$\therefore AD^2 = 18 + 3 - 2 \times 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = 9,$$

$$\therefore AD = 3.$$

$$\text{又 } \because \cos \angle ADB = \frac{BD^2 + AD^2 - AB^2}{2BD \cdot AD} = \frac{3 + 9 - 18}{2 \times \sqrt{3} \times 3} = -\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \cos \angle ADC = \frac{\sqrt{3}}{3}. \quad \text{又 } \because \text{在 Rt}\triangle DAC \text{ 中, } \angle DAC = 90^\circ,$$

$$\therefore \cos \angle ADC = \frac{AD}{DC}, \quad \text{即 } \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{DC},$$

$$\therefore DC = 3\sqrt{3}.$$



16. (本小题 13 分)

解 (I) 由题知“每周平均阅读时间不少于12小时的人,称为‘阅读达人’”.

由频率分布直方图知,事件 A : “是阅读达人”的频率为 $0.10 \times 4 + 0.02 \times 4 = 0.48$

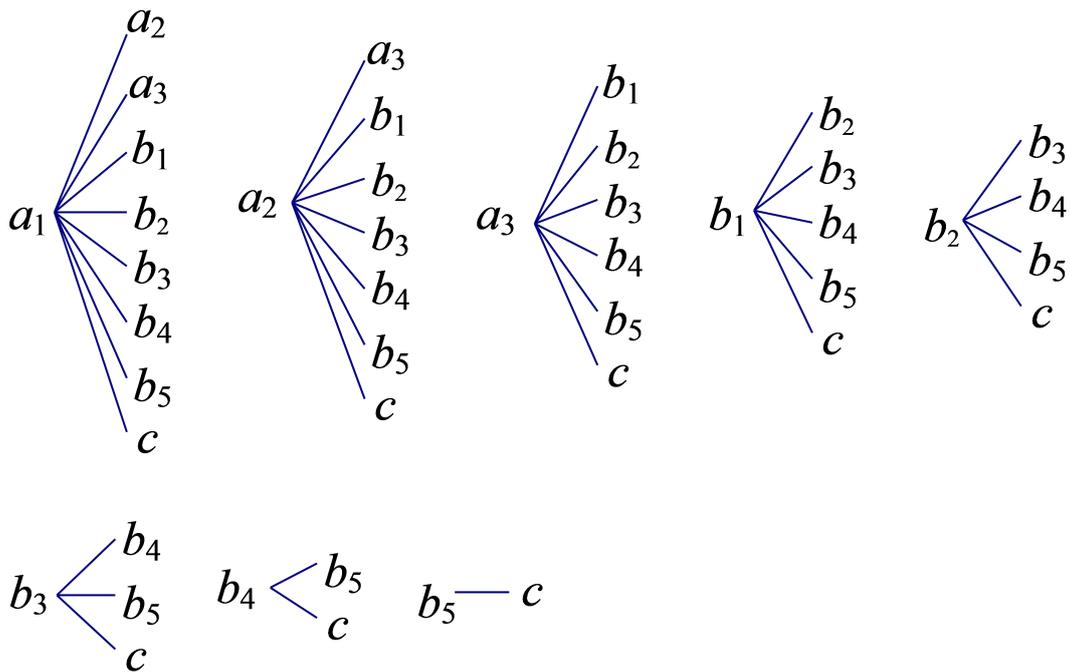
\therefore 这 1000 人中“阅读达人”的人数为: $1000 \times 0.48 = 480$.

(II) 按照分层抽样抽取 9 人做个性研究,

则从小组 $[8,12)$, $[12,16)$, $[16,20]$ 分别抽取的人数为: 3, 5, 1,

分别标记为 $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, c$.

从 9 人中随机抽取 2 人, 共有 $n = 36$ 种, 结果如下:



设事件 B : “这 2 人都不是‘阅读达人’”, 事件 B 共有 $m = 3$ 种,

结果如下: $a_1 a_2, a_1 a_3, a_2 a_3$

$$\text{所以 } P(B) = \frac{m}{n} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}.$$

17. (本小题 14 分)

解 (I) 设 $AC \cap BD = O$, 连结 EO ,

$\because E$ 为 PA 中点, O 为 AC 中点,

$\therefore EO \parallel PC$.

又 $\because EO \subset$ 平面 EBD ,

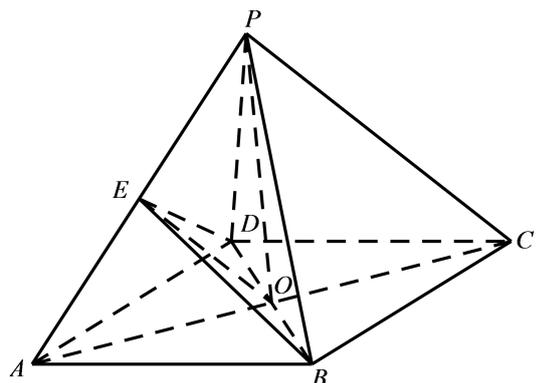
$PC \not\subset$ 平面 EBD ,

$\therefore PC \parallel$ 平面 EBD .

(II) 连结 PO ,

$\because PD = PB$, O 为 BD 中点,

$\therefore PO \perp BD$.





又 \because 底面 $ABCD$ 为菱形,

$$\therefore AC \perp BD.$$

$$\because PO \perp AC = O,$$

$$\therefore BD \perp \text{平面 } PAC.$$

又 $\because BD \subset \text{平面 } EBD,$

$$\therefore \text{平面 } EBD \perp \text{平面 } PAC$$

$$(III) V_{C-ABE} = V_{E-ABC}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times AC \times OB \times \frac{PO}{2} \\ &= \frac{1}{6} \times 4\sqrt{3} \times 2 \times \sqrt{3} = 4. \end{aligned}$$

18. (本小题 13 分)

解: (I) $\because 2S_n = a_{n+1} - 1,$

$$\therefore 2a_1 = a_2 - 1.$$

又 $\because a_1 = 1,$

$$\therefore a_2 = 3.$$

$$\because 2S_n = a_{n+1} - 1,$$

$$\therefore 2S_2 = a_3 - 1, \text{ 即 } 2(a_1 + a_2) = a_3 - 1,$$

$$\therefore a_3 = 9.$$

(II) $\because 2S_n = a_{n+1} - 1,$

$$\therefore \text{当 } n \geq 2 \text{ 时, } 2S_{n-1} = a_n - 1,$$

$$\therefore 2a_n = a_{n+1} - a_n, \text{ 即 } a_{n+1} = 3a_n,$$

$$\therefore \frac{a_{n+1}}{a_n} = 3 (n \geq 2).$$

由 $a_1 = 1, a_2 = 3,$ 得 $\frac{a_2}{a_1} = 3,$

$\therefore \{a_n\}$ 是以 1 为首项, 3 为公比的等比数列.

$$\therefore a_n = 3^{n-1} (n \in \mathbf{N}^*),$$



$$\begin{aligned} \therefore T_n &= 3^0 + 1 + 3^1 + 3 + 3^2 + 5 + L + 3^{n-1} + 2n - 1 \\ &= (3^0 + 3^1 + 3^2 + L + 3^{n-1}) + (1 + 3 + 5 + L + 2n - 1) \\ &= \frac{1-3^n}{1-3} + \frac{n(1+2n-1)}{2} = \frac{3^n-1}{2} + n^2 \\ &= \frac{3^n-1}{2} + n^2. \end{aligned}$$

19. (本小题 14 分)

解 (I) $\because F$ 为抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点,

$$\therefore F\left(\frac{p}{2}, 0\right).$$

又 $\because l$ 与 x 轴垂直, 且 $|MN| = 4$,

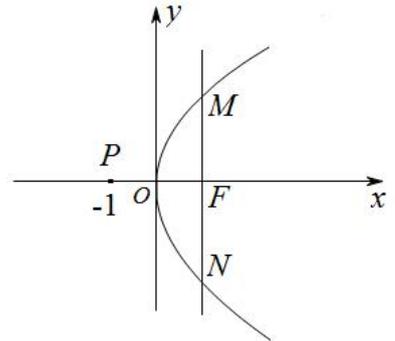
$$\therefore M\left(\frac{p}{2}, 2\right).$$

又 \because 点 M 在抛物线上,

$$\therefore 4 = 2p \times \frac{p}{2} = p^2,$$

$$\therefore p = 2,$$

\therefore 求抛物线 C 的方程为 $y^2 = 4x$.



(II) 结论: $k_1 + k_2 = 0$, 为定值.

设直线 l 与抛物线交于不同两点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$,

① 当直线 l 斜率不存在时, 知直线 PM 与 PN 关于 x 轴对称,

$$\therefore k_1 + k_2 = 0.$$

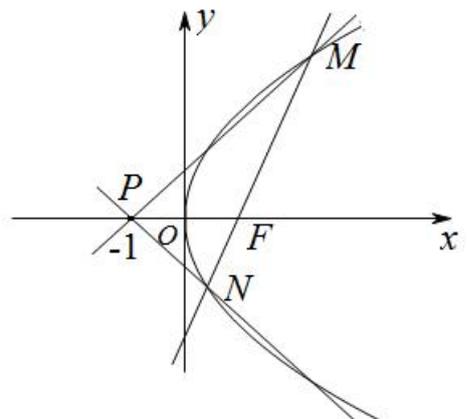
② 当直线 l 斜率存在时, 直线 l 的方程设为 $y = k(x-1)$,

$$\text{联立 } \begin{cases} y = k(x-1) \\ y^2 = 4x \end{cases}, \text{ 得 } k^2x^2 - (2k^2+4)x + k^2 = 0,$$

$$\therefore x_1 + x_2 = \frac{2k^2+4}{k^2}, \quad x_1x_2 = 1.$$

$$\text{又 } \because k_1 = \frac{y_1}{x_1+1}, \quad k_2 = \frac{y_2}{x_2+1},$$

$$\text{且 } y_1 = k(x_1-1), \quad y_2 = k(x_2-1),$$





$$\begin{aligned} \therefore k_1 + k_2 &= \frac{y_1}{x_1 + 1} + \frac{y_2}{x_2 + 1} \\ &= \frac{y_1(x_2 + 1) + y_2(x_1 + 1)}{(x_1 + 1)(x_2 + 1)} \\ &= \frac{k(x_1 - 1)(x_2 + 1) + k(x_2 - 1)(x_1 + 1)}{(x_1 + 1)(x_2 + 1)} \\ &= \frac{2k(x_1x_2 - 1)}{x_1x_2 + (x_1 + x_2) + 1}. \end{aligned}$$

$$\therefore x_1x_2 = 1,$$

$$\therefore k_1 + k_2 = 0.$$

综上所述 $k_1 + k_2 = 0$.

20. (本小题 13 分)

解 (I) \therefore 函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 的图象与直线 $y = -3x + 8$ 相切于点 $P(2, 2)$,

$$\therefore f'(2) = -3, \quad f(2) = 2.$$

$$\therefore f'(x) = 3x^2 + 2ax + b,$$

$$\therefore \begin{cases} 8 + 4a + 2b = 2 \\ 3 \times 2^2 + 2a \times 2 + b = -3 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -6 \\ b = 9 \end{cases}.$$

$$\therefore f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x.$$

$$(II) \quad f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3),$$

令 $f'(x) > 0$, 得 $x < 1$ 或 $x > 3$;

令 $f'(x) < 0$, 得 $1 < x < 3$.

$\therefore f(x)$ 的单调递增区间为 $(-\infty, 1)$, $(3, +\infty)$; 单调递减区间为 $(1, 3)$.

(III) 记 $f(x)$ 在 $[0, 4]$ 上的值域为 A , $g(x)$ 在 $[0, 4]$ 上的值域为 B ,

\therefore 对于 $\forall x_1 \in [0, 4], \exists x_2 \in [0, 4]$, 使得 $f(x_1) = g(x_2)$,

$$\therefore A \subseteq B.$$

由 (II) 得: $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上单调递增, 在 $(1, 3)$ 上单调递减, 在 $[3, 4]$ 上单调递增,

$$f(0) = 0, \quad f(1) = 4, \quad f(3) = 0, \quad f(4) = 4,$$

$$\therefore A = [0, 4].$$



$$\because g(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m+1}{2}x^2 + mx - \frac{1}{3} (m > 1),$$

$$\therefore g'(x) = x^2 - (m+1)x + m = (x-1)(x-m).$$

①当 $1 < m < 4$ 时, $g(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增,

在 $[1,m]$ 上单调递减, 在 $[m,4]$ 上单调递增,

$\therefore g(x)$ 的最小值为 $g(0)$ 或 $g(m)$, $g(x)$ 的最大值为 $g(1)$ 或 $g(4)$.

$$\because g(0) = -\frac{1}{3} < 0, \text{ 且 } A \subseteq B,$$

$$\therefore g(1) \geq 4 \text{ 或 } g(4) \geq 4,$$

$$\therefore g(1) = \frac{1}{2}m - \frac{1}{2} \geq 4 \text{ 或 } g(4) = -4m + 13 \geq 4,$$

$$\text{即 } m \geq 9 \text{ 或 } m \leq \frac{9}{4}.$$

$$\text{又 } \because 1 < m < 4,$$

$$\therefore 1 < m \leq \frac{9}{4}.$$

②当 $m \geq 4$ 时, $g(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增, $[1,4]$ 上单调递减,

$\therefore g(x)$ 的最小值为 $g(0)$ 或 $g(4)$, $g(x)$ 的最大值为 $g(1)$.

$$\because g(0) = -\frac{1}{3} < 0, \text{ 且 } A \subseteq B,$$

$$\therefore g(1) \geq 4,$$

$$\therefore \frac{1}{2}m - \frac{1}{2} \geq 4, \text{ 即 } m \geq 9.$$

综上所述: $1 < m \leq \frac{9}{4}$ 或 $m \geq 9$.



选填解析

一、 选择题

1. 【答案】 B

【解析】 $f(x) = \log_{0.5}(x-1)$ ，其中 $x-1 > 0$ ，即 $x > 1$ 。

故选 B。

2. 【答案】 A

【解析】 $z = (1+i)(2-i) = 2-i+2i+1 = 3+i$ ，

故复数 $z = (1+i)(2-i)$ 对应的点位于第一象限。

故选 A。

3. 【答案】 C

【解析】 $x=1 \Rightarrow x^2-1=0$ ，充分性满足；

$x^2-1=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$ ，必要性不满足。

故选 C。

4. 【答案】 C

【解析】 $\frac{1}{a} // \frac{1}{b}$ 等价于 $3y - (-4)x = 0$ ，

即 $4x + 3y = 0$ 。

故选 C。

5. 【答案】 A

【解析】 若直线 l 上任意一点到圆心距离的最小值等于圆的半径，
则直线 l 与圆 O 相切；

设直线 $l: y-0 = k(x-(-2))$ ，即 $kx - y + 2k = 0$ ，

圆心到直线距离 $\therefore d = \frac{|2k|}{\sqrt{1+k^2}} = r = 1$ ，

解得， $k = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

故选 A。

6. 【答案】 D

【解析】 $f(x) = \sin 2x - \cos 2x = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ ，



$$\text{令 } -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x - \frac{\pi}{4} \leq \frac{\pi}{2} + 2k\pi, \quad k \in \mathbf{Z},$$

$$\text{即 } -\frac{\pi}{8} + 2k\pi \leq x \leq \frac{3\pi}{8} + 2k\pi, \quad k \in \mathbf{Z},$$

所以单调增区间为 $\left[-\frac{\pi}{8} + 2k\pi, \frac{3\pi}{8} + 2k\pi\right], \quad k \in \mathbf{Z},$

$\left[-\frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}\right]$ 满足题意.

故答案为 D.

7. 【答案】D

【解析】由题可知，椭圆的长轴与短轴的比值为 2:1，

$$\text{即 } a:b=2:1, \text{ 所以, } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{c^2}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

故答案选 D

8. 【答案】B

$$\text{【解析】①由图可知, 单价 } y = \begin{cases} 0.4883, 0 \leq x \leq 2880 \\ 0.5383, 2880 < x \leq 4800, \\ 0.7838, x > 4800 \end{cases}$$

表示当一户居民用户全年不超过 2880 度，全，全年所有用电每度电 0.4883 元；
全年超过 2880 度至 4800 度时，全年所有用电每度电 0.5383 元，不满足题意；

$$\text{②由图可知, 全年电费 } y = \begin{cases} 0.4883x, 0 \leq x \leq 2880 \\ 0.5383(x - 2880) + 1403.3, 2880 < x \leq 4800, \\ 0.7838(x - 4800) + 2439.84, x > 4800 \end{cases}$$

满足题意；

③，由②的函数可知，满足题意.

故答案选 B.

二、 填空题

9. 【答案】24

$$\text{【解析】 } S_9 = 72 \Rightarrow 9a_5 = 72 \Rightarrow a_5 = 8,$$

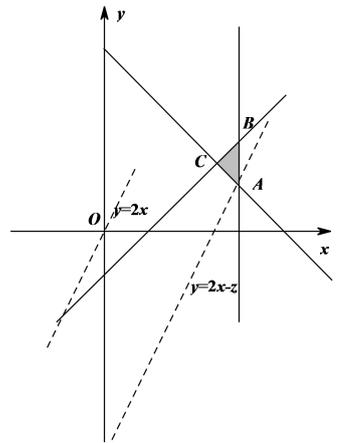
$$a_2 + a_4 + a_6 = a_5 - 3d + a_5 - d + a_5 + 4d = 3a_5 = 24.$$

故答案为 24.



10. 【答案】 5

【解析】 x, y 的满足 $\begin{cases} y \leq x-1, \\ x \leq 3, \\ x+y \geq 4, \end{cases}$ 的区域为如图所示的阴影,



直线 $y = 2x$ 平移到点 $A(3,1)$ 时, 截距最小,

此时 $z_{\min} = 2 \times 3 - 1 = 5$.

故答案为 5.

11. 【答案】 2

【解析】 ① $f(-x) = -x^3 + x = -f(x)$, 是奇函数;

② $f(-x) = \cos(-2x) = \cos 2x = f(x)$, 是偶函数;

③ $f(x) = \ln(1-x) - \ln(1+x) = \ln \frac{1-x}{1+x}$,

$f(-x) = \ln \frac{1+x}{1-x} = \ln \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^{-1} = -\ln \frac{1-x}{1+x} = -f(x)$, 是奇函数;

故奇函数有 2 个.

故答案为 2

12. 【答案】 $n \leq 2016$

【解析】 列表:

	开始	第 1 步	L	第 2015 步	第 2016 步	结束
n	1	2	L	2016	2017	$n \leq 2016$
A	0	1	L	$1 + \frac{1}{2} + L + \frac{1}{2015}$	$1 + \frac{1}{2} + L + \frac{1}{2016}$	$1 + \frac{1}{2} + L + \frac{1}{2016}$

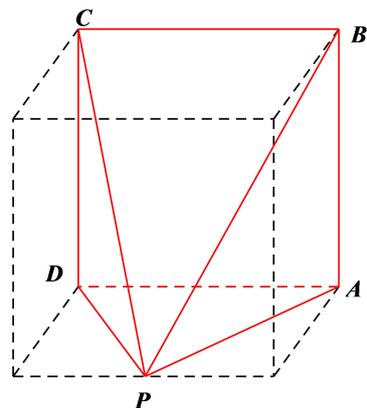
显然, 当 $n = 2016$, 循环可以进行, 当 $n = 2017$, 循环结束输出..

故答案为 $n \leq 2016$.

13. 【答案】 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【解析】 由题可中, 该几何体为如图的四棱锥 $P-ABCD$

其边长为 2 的正方形为底, 高为 $\sqrt{3}$,





所以 $V = \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

故答案为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

14. 【答案】1, $[1, +\infty)$

【解析】①当 $a=0$ 时, $f(x) = \begin{cases} 2^x (x < 1), \\ \log_2 x (x \geq 1). \end{cases}$

当 $x < 1$ 时, $f(x) = 2^x \neq 0$, 无解;

当 $x \geq 1$ 时, $f(x) = \log_2 x = 0$, 解得 $x = 1$.

②因为 $y = 2^x - a$ 与 $y = \log_2(x + a)$ 在各定义域单调递增,

若 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是单调递增函数, 只需

$$\log_2(1+a) \geq 2-a,$$

$$\text{令 } h(a) = \log_2(1+a) - 2 + a, \quad (a > -1)$$

由 $y = \log_2(1+a)$ 和 $y = a - 2$ 单调递增函数,

所以, $h(x)$ 为单调递增函数, 又因为 $h(1) = \log_2(1+1) - 2 + 1 = 0$,

所以当 $a \in [1, +\infty)$ 时, $h(x) \geq h(1) = 0$, 满足题意.

故答案为1, $[1, +\infty)$