大兴区 2015~2016 学年度第一学期期末检测试卷

高三数学（理科）

第一部分（选择题　共 40 分）

一、选择题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，选出符合题目要求的一项．

（1）已知 $M=\{x|x(x-1)<0\}$， $N=\{x|x>0\}$，则 $M\cap N$ 等于（　　）．

A． $(0,1)$　　　　B． $(0,+\infty)$

C． $(0,1)\cup(1,+\infty)$　　　　D． $(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$

（2）双曲线 $x^2-y^2=2$ 的一条渐近线的方程是（　　）．

A． $y=\sqrt{2}x$　　　　B． $y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$

C． $y=-x$　　　　D． $y=-2x$

（3）下列函数中，在定义域内单调递增，且在区间 $(-1,1)$ 内有零点的函数是（　　）．

A． $y=-x^3$　　　　B． $y=2^x-1$

C． $y=x^2-\dfrac{1}{2}$　　　　D． $y=\log_2(x+2)$

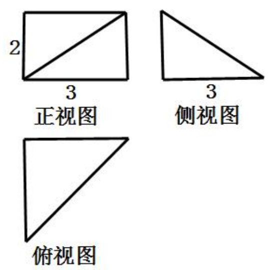
（4）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）．

A． 3

B． 6

C． 9

D． 12



（5）已知 α， β 表示两个不同的平面， m 为平面 α 内的一条直线，则 $\alpha\perp\beta$ 是 $m\perp\beta$ 的（　　）．

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

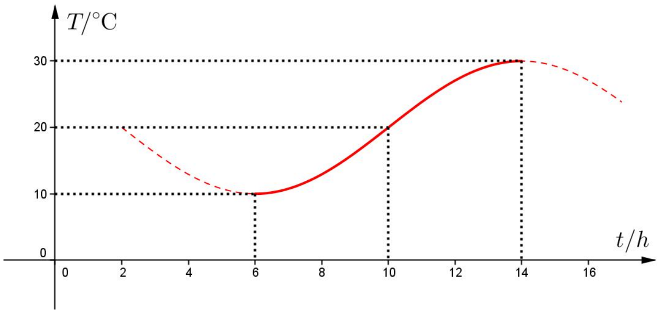
C．充要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

（6）在 $\triangle ABC$ 中， M 是 BC 的中点， $AM=1$，点 P 在 AM 上且满足 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PM}$，则 $\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})=$（　　）．

A． $-\dfrac{4}{9}$　　　　B． $-\dfrac{4}{3}$

C． $\dfrac{4}{3}$　　　　D． $\dfrac{4}{9}$

（7）如图，某地一天中6时至14时的温度变化曲线近似满足函数 $y = A\sin(\omega x+\varphi)+b$（其中 $A>0$，$\omega>0$，$-\pi<\varphi<\pi$），那么中午12时温度的近似值（精确到$1^\circ C$）是（　　）.



A．$25^\circ C$　　　　B．$26^\circ C$

C．$27^\circ C$　　　　D．$28^\circ C$

（8）若 $a\geqslant 0$，$b\geqslant 0$，且当 x，y 满足 $\begin{cases} x\geqslant 0 \\ x-y\leqslant 0 \\ x+y\leqslant 2 \end{cases}$ 时，恒有 $ax+by\leqslant 1$ 成立，则以 a，b 为坐标的点 $P(a,b)$ 所构成的平面区域的面积等于（　　）.

A．1　　　　B．$\dfrac{1}{2}$

C．$\dfrac{3}{4}$　　　　D．$\dfrac{3}{8}$

第二部分（非选择题　共110分）

二．填空题共6小题，每小题5分，共30分．

（9）$a=2^{0.3}$，$b=\ln\dfrac{1}{2}$，$c=\sin 1$，则 a，b，c 之间的大小关系是__________.

（10）直线 $y=x$ 被圆 $x^2+y^2-2y-3=0$ 截得的弦长等于__________.

（11）已知数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，公差 $d\neq 0$，$a_1=1$，a_1，a_3，a_6 成等比数列，则数列 $\{a_n\}$ 的公差 d 等于__________；前 n 项和 S_n 等于__________.

（12）$\triangle ABC$ 中，$a=2$，$b=\sqrt{7}$，$B=60^\circ$，则的面积等于__________.

（13）某校从8名教师中选派4名教师去4个边远地区支教，每地1人，其中甲和乙不能同去，甲与丙同去或者同不去，则不同的选派方案有__________种.（用数字作答）

（14）在测量某物体的重量时，得到如下数据：a_1，a_2，L a_9，其中 $a_1 \le a_2 \le \cdots \le a_9$，若用 a 表示该物体重量的估计值，使 a 与每一个数据差的平方和最小，则 a 等于__________；若用 b 表示该物体重量的估计值，使 b 与每一个数据差的绝对值的和最小，则 b 等于__________.

三、解答题共 6 小题，共 80 分．解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

（15）已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x+\cos^2 x$．

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的最小正周期和单调增区间；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{2},0\right]$ 上的最大值与最小值．

（16）某校为了解甲、乙两班学生的学业水平，从两班中各随机抽取 20 人参加学业水平等级考试，得到学生的学业成绩茎叶图如下：

甲班		乙班
	4	6
5	5	3 6 8
4 2	6	2 4 5 6 8
9 8 8 7 6	7	3 5 4 4 5
9 7 6 5 3 3 0	8	1 4 5 9
8 7 6 2 0	9	8 9

（Ⅰ）通过茎叶图比较甲、乙两班学生的学业成绩平均值 $\overline{X}_{甲}$ 与 $\overline{X}_{乙}$ 及方差 $s_{甲}^2$ 与 $s_{乙}^2$ 的大小；（只需写出结论）

（Ⅱ）根据学生的学业成绩，将学业水平分为三个等级：

学业成绩	低于 70 分	70 分到 89 分	不低于 90 分
学业水平	一般	良好	优秀

根据所给数据，频率可以视为相应的概率.

（ⅰ）从甲、乙两班中各随机抽取 1 人，记事件 C："抽到的甲班学生的学业水平等级高于乙班学生的学业水平等级"，求 C 发生的概率；

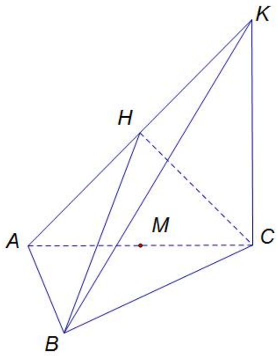
（ⅱ）从甲班中随机抽取 2 人，记 X 为学业水平优秀的人数，求 X 的分布列和数学期望.

（17）如图，在三棱锥 $K-ABC$ 中，平面 $KAC\perp$ 平面 ABC， $KC\perp AC$， $AC\perp AB$， H 为 KA 的中点， $KC=AC=AB=2$．

（Ⅰ）求证： $CH\perp$ 平面 KAB；

（Ⅱ）求二面角 $H-BC-A$ 的余弦值；

（Ⅲ）若 M 为 AC 中点，在直线 KB 上是否存在点 N 使 $MN\parallel$ 平面 HBC，若存在，求出 KN 的长，若不存在，说明理由．



（18）已知函数 $f(x)=ax+\dfrac{a-2}{x}+2-2a\ (a>0)$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅲ）若 $f(x)\geq 2\ln x$ 在 $[1,+\infty)$ 上恒成立，求 a 的取值范围.

（19）已知椭圆$G:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上的点$M(2,\sqrt{2})$到两焦点的距离之和等于$4\sqrt{2}$.

（Ⅰ）求椭圆G的方程；

（Ⅱ）经过椭圆G右焦点F的直线m（不经过点M）与椭圆交于A，B两点，与直线l：$x=4$相交于C点，记直线MA，MB，MC的斜率分别为k_1，k_2，k_3．求证：$\dfrac{k_1+k_2}{k_3}$为定值．

（20）若数对 (a,b) $\left(a>1，b>1，a，b\in\mathbf{N}^{*}\right)$，对于 $\forall m\in\mathbf{Z}$，$\exists x，y\in\mathbf{Z}$，使 $m=xa+yb$ 成立，则称数对 (a,b) 为全体整数的一个基底，(x,y) 称为 m 以 (a,b) 为基底的坐标；

（Ⅰ）给出以下六组数对 $(2,3)$，$(2,5)$，$(2,6)$，$(3,5)$，$(3,12)$，$(9,17)$，写出可以作为全体整数基底的数对；

（Ⅱ）若 (a,b) 是全体整数的一个基底，对于 $\forall m\in\mathbf{Z}$，m 以 (a,b) 为基底的坐标 (x,y) 有多少个？并说明理由；

（Ⅲ）若 $(2,m)$ 是全体整数的一个基底，试写出 m 的所有值，并说明理由．

2015~2016 期末考试参考答案与评分标准

高三数学（理）

一、选择题（每小题 5 分，共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	B	B	B	A	C	D

二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

（9）$b<c<a$ ；（10）$\sqrt{14}$；（11）$\frac{1}{4}$；$\frac{n^2+7n}{8}$（第一个空 3 分，第二个空 2 分）

（12）$\frac{3\sqrt{3}}{2}$；（13）600；（14）$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_9}{9}$；$a_5$（第一个空 3 分，第二个空 2 分）

三、解答题（共 80 分）

（15）（I）$f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x+\cos^2 x$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{1}{2},$$

$$=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}.$$

所以 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

令 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，

得：$k\pi-\frac{\pi}{3}\le x\le k\pi+\frac{\pi}{6}(k\in\mathbf{Z})$.

所以 $f(x)$ 得最小正周期为 π，单调递增区间为 $\left[k\pi-\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{\pi}{6}\right](k\in\mathbf{Z})$.

（II）因为 $-\frac{\pi}{2}\le x\le 0$，

所以 $-\frac{5\pi}{6}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le\frac{\pi}{6}$，

因此，当 $2x+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{2}$，即 $x=-\frac{\pi}{3}$ 时，$f(x)$ 的最小值为 $-\frac{1}{2}$；

当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$，即 $x=0$ 时，$f(x)$ 的最大值为 1.

16. （Ⅰ）$\overline{X}_{甲}>\overline{X}_{乙}$，$s_{甲}^2<s_{乙}^2$.

（Ⅱ）(1) 记 A_1，A_2，A_3 分别表示事件：甲班学生学业水平等级为一般、良好、优秀；

记 B_1，B_2，B_3 分别表示事件：乙班学生学业水平等级为一般、良好、优秀；

则 $P(C)=P(A_2B_1\cup A_3B_1\cup A_3B_2)$

$=P(A_2B_1)+P(A_3B_1)+P(A_3B_2)$

$=P(A_2)P(B_1)+P(A_3)P(B_1)+P(A_3)P(B_2)$

$=\dfrac{12}{20}\times\dfrac{9}{20}+\dfrac{5}{20}\times\dfrac{9}{20}+\dfrac{5}{20}\times\dfrac{9}{20}$

$=\dfrac{99}{200}$.

（2）从甲班随机抽取1人，其学业水平优秀的概率为$\dfrac{1}{4}$，

则 $X=0$，1，2，$X\sim B\left(2,\dfrac{1}{4}\right)$，

$P(X=0)=\mathrm{C}_2^0\left(\dfrac{3}{4}\right)^2=\dfrac{9}{16}$，

$P(X=1)=\mathrm{C}_2^1\dfrac{1}{4}\cdot\dfrac{3}{4}=\dfrac{6}{16}=\dfrac{3}{8}$，

$P(X=2)=\mathrm{C}_2^2\left(\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{1}{16}$，

则 X 的分布列为：

X	0	1	2
P	$\dfrac{9}{16}$	$\dfrac{3}{8}$	$\dfrac{1}{16}$

$EX=np=2\times\dfrac{1}{4}=2$ （或 $EX=0\times\dfrac{9}{16}+1\times\dfrac{3}{8}+2\times\dfrac{1}{16}=2$ ）.

17.（Ⅰ）因为平面 $KAC\perp$ 底面 ABC，且 AB 垂直于这两个平面的交线 AC，

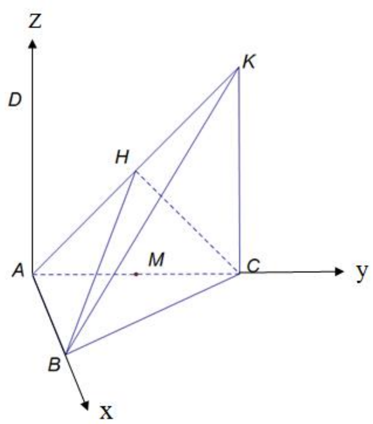
所以 $AB\perp$ 平面 KAC，

所以 $AB\perp CH$，

因为 $CK=CA$，H 为 AK 中点，所以 $CH\perp AK$，

因为 $AB\cap AK=A$，所以 $CH\perp$ 平面 AKB．

（Ⅱ）如图建立空间直角坐标系 $A-xyz$，



则 $A(0,0,0)$，$B(2,0,0)$，$C(0,2,0)$，$K(0,2,2)$，$H(0,1,1)$，

所以 $\overrightarrow{CH}=(0,-1,1)$，$\overrightarrow{BC}=(-2,2,0)$，

设平面 HBC 的法向量为 $\vec{n}=(x,y,z)$，

则 $\begin{cases}\overrightarrow{CH}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{BC}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-y+z=0\\ -2x+2y=0\end{cases}$．

令 $y=1$，则 $z=1$， $x=1$． 所以 $\vec{n}=(1,1,1)$．

取平面 ABC 的法向量为 $\vec{m}=(0,0,1)$．

$$\cos<\vec{m},\vec{n}>=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3},$$

因为所求的二面角为锐角，

所以二面角 $H-BC-A$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$．

（Ⅲ）设 $\overrightarrow{KN}=\lambda\overrightarrow{KB}$， $N(a,b,c)$，

则 $(a,b-2,c-2)=(2\lambda,-2\lambda,-2\lambda)$

所以 $\begin{cases}a=2\lambda\\b=2-2\lambda\\c=2-2\lambda\end{cases}$

所以 $N(2\lambda,2-2\lambda,2-2\lambda)$

因为 $M(0,1,0)$，所以 $\overrightarrow{MN}=(2\lambda,1-2\lambda,2-2\lambda)$

由 $\overrightarrow{MN}\cdot\vec{n}=0$ 可得 $3-2\lambda=0$，

所以 $\lambda=\frac{3}{2}$

$$|\overrightarrow{KN}|=|\frac{3}{2}\overrightarrow{KB}|=\frac{3}{2}|\overrightarrow{KB}|=\frac{3}{2}\times2\sqrt{3}=3\sqrt{3}.$$

所以直线 KB 上存在点 N， KN 的长为 $3\sqrt{3}$．

（18）（1）当 $a=1$ 时， $f(x)=x-\frac{1}{x}$， $f'(x)=1+\frac{1}{x^2}$

$f(2)=\frac{3}{2}$， $f'(2)=\frac{5}{4}$

所以，函数 $f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线方程为 $y-\frac{3}{2}=\frac{5}{4}(x-2)$

即： $5x-4y-4=0$．

（Ⅱ）函数的定义域为： $\{x\,|\,x\neq0\}$，

$$f'(x)=a-\frac{a-2}{x^2}=\frac{ax^2+(2-a)}{x^2}(a>0),$$

当 $0<a\le2$ 时， $f'(x)\ge0$ 恒成立，

所以， $f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 和 $(0,+\infty)$ 上单调递增

当 $a>2$ 时，令 $f'(x)=0$，

即：$ax^2+2-a=0$，$x_1=-\sqrt{\frac{a-2}{a}}$，$x_2=\sqrt{\frac{a-2}{a}}$.

$f'(x)>0$，$x>x_2$或$x<x_1$，$f'(x)<0$，$x_1<x<0$或$0<x<x_2$，

所以，$f(x)$单调递增区间为$\left(-\infty,-\sqrt{\frac{a-2}{a}}\right)$和$\left(\sqrt{\frac{a-2}{a}},+\infty\right)$，

单调减区间为$\left(-\sqrt{\frac{a-2}{a}},0\right)$和$\left(0,\sqrt{\frac{a-2}{a}}\right)$.

（III）因为$f(x)\ge 2\ln x$在$[1,+\infty)$上恒成立，

有$ax+\frac{a-2}{x}+2-2a-2\ln x\ge 0(a>0)$在$[1,+\infty)$上恒成立.

所以，令$g(x)=ax+\frac{a-2}{x}+2-2a-2\ln x$，

则$g'(x)=a-\frac{a-2}{x^2}-\frac{2}{x}=\frac{ax^2-2x-a+2}{x^2}=\frac{(x-1)[ax+(a-2)]}{x^2}$.

令$g'(x)=0$，则$x_1=1$，$x_2=-\frac{a-2}{a}$.

若$-\frac{a-2}{a}=1$，即$a=1$时，$g'(x)\ge 0$，

函数$g(x)$在$[1,+\infty)$上单调递增，又$g(1)=0$

所以，$f(x)\ge 2\ln x$在$[1,+\infty)$上恒成立；

若$-\frac{a-2}{a}>1$，即$a<1$时，

当$x\in(0,1)$，$\left(-\frac{a-2}{a},+\infty\right)$时，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增；

当$x\in\left(1,-\frac{a-2}{a}\right)$时，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减

所以，$g(x)$在$[1,+\infty)$上的最小值为$g\left(-\frac{a-2}{a}\right)$，

因为$g(1)=0$，所以$g\left(-\frac{a-2}{a}\right)<0$不合题意.

$-\frac{a-2}{a}<1$，即$a>1$时，当$x\in\left(0,-\frac{a-2}{a}\right)$，$(1,+\infty)$时，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增，

当$x\in\left(-\frac{a-2}{a},1\right)$时，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减，

所以，$g(x)$在$[1,+\infty)$上的最小值为$g(1)$

又因为$g(1)=0$，所以$f(x)\ge 2\ln x$恒成立

综上知，a的取值范围是$[1,+\infty)$.

（19）（Ⅰ）由椭圆定义知：$2a=4\sqrt{2}$，所以$a=2\sqrt{2}$，

所以，椭圆 $G:\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，将点 $M(2,\ \sqrt{2})$ 的坐标代入得 $b^2=4$.

所以，椭圆 G 的方程为 $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

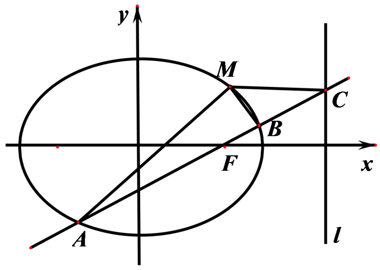
（II）右焦点 $F(2,0)$，

由题意，直线 m 有斜率，设方程为 $y=k(x-2)$

令 $x=4$，得点 $C(4,2k)$，所以 $k_3=k_{MC}=k-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$；

又　由 $\begin{cases} y=k(x-2) \\ \dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1 \end{cases}$　消　元　得　：

$(1+2k^2)x^2-8k^2x+8k^2-8=0$，



显然 $\Delta>0$，设 $A(x_1,y_1)$， $B(x_2,y_2)$，则

$$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{8k^2}{1+2k^2} \\ x_1\cdot x_2=\dfrac{8k^2-8}{1+2k^2} \end{cases}$$

所以，$k_1+k_2=\dfrac{y_1-\sqrt{2}}{x_1-2}+\dfrac{y_2-\sqrt{2}}{x_2-2}=\dfrac{y_1}{x_1-2}+\dfrac{y_2}{x_2-2}-\sqrt{2}\left(\dfrac{1}{x_1-2}+\dfrac{1}{x_2-2}\right)$

$$=2k-\sqrt{2}\times\frac{x_1+x_2-4}{(x_1-2)(x_2-2)}$$

$$=2k-\sqrt{2}\times\frac{x_1+x_2-4}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}$$

$$=2k-\sqrt{2}\times\frac{8k^2-4(1+2k^2)}{8k^2-8-16k^2+4+8k^2}$$

$$=2k-\sqrt{2}\times\frac{-4}{-4}=2k-\sqrt{2}$$

所以，$k_1+k_2=2k_3$，即 $\dfrac{k_1+k_2}{k_3}=2$ 为定值.

方法二：$k_1+k_2=\dfrac{y_1-\sqrt{2}}{x_1-2}+\dfrac{y_2-\sqrt{2}}{x_2-2}=\dfrac{kx_1-(2k+\sqrt{2})}{x_1-2}+\dfrac{kx_2-(2k+\sqrt{2})}{x_2-2}$

$$=\frac{2kx_1x_2-(4k+\sqrt{2})(x_1+x_2)+4(2k+\sqrt{2})}{(x_1-2)(x_2-2)}$$

$$=\frac{2kx_1x_2-(4k+\sqrt{2})(x_1+x_2)+4(2k+\sqrt{2})}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}$$

$$=\frac{2k(8k^2-8)-(4k+\sqrt{2})\times 8k^2+4(2k+\sqrt{2})(1+2k^2)}{8k^2-8-16k^2+4+8k^2}$$

$$=\frac{16k^3-16k-32k^3-8\sqrt{2}k^2+(16k^3+8\sqrt{2}k^2+8k+4\sqrt{2})}{-4}$$

$$=\frac{-8k+4\sqrt{2}}{-4}=2k-\sqrt{2}$$

所以，$k_1+k_2=2k_1$，即 $\frac{k_1+k_2}{k_3}=2$ 为定值.

（20）（I）$(2,3)$，$(2,5)$，$(3,5)$，$(9,17)$

（II）m 以 (a,b) 为基底的坐标 (x,y) 有无数个.

因为 (a,b) 为基底，对于 $\forall$ 的整数 m，

$\exists x_0$，$y_0\in\mathbf{Z}$，使 $m=x_0a+y_0b$ 成立，

即 (x_0,y_0) 为数 m 以 (a,b) 为基底的坐标，则 (x_0+kb,y_0-kb)，$k\in\mathbf{Z}$，

都是数 m 以 (a,b) 为基底的坐标，证明如下：

$$(x_0+kb)a+(y_0-ka)b=x_0a+y_0b+kba-kba=m$$

所以 (x_0+kb,y_0-ka)，$k\in\mathbf{Z}$，都是数 m 以 (a,b) 为基底的坐标，有无数个.

（III）$m=2k+1$，$k\in\mathbf{N}^*$，理由如下：

首先，对任意 $m=2k$，$k\in\mathbf{N}^*$，$(2,m)$ 不是全体整数的一个基底；反证法，假设此时 $(2,m)$ 是全体整数的一个基底，则 $\exists x$，$y\in\mathbf{Z}$，有 $1=2x+my$ 成立，

而数 2，m 都为偶数，所以 $2x+my$ 为偶数，不可能等于 1，所以假设不成立，

即对任意 $m=2k$，$k\in\mathbf{N}^*$，$(2,m)$ 不是全体整数的一个基底.

下面证明，对所有满足题意的正奇数，

对任意 $m=2k+1$，$k\in\mathbf{N}^*$，$(2,2k+1)$ 是全体整数的一个基底.

因为 $1=-k\times 2+1\times(2k+1)$，即 $(-k,1)$ 为数 1 以 $(2,2k+1)$ 为基底的坐标，

对于 $\forall m\in\mathbf{Z}$，显然 $(-km,m)$ 为数 m 以 $(2,2k+1)$ 为基底的坐标，

即 $\exists -km$，$m\in\mathbf{Z}$，使 $m=-km\times 2+m\times(2k+1)$ 成立，

即对任意 $m=2k+1$，$k\in\mathbf{N}^*$，$(2,2k+1)$ 是全体整数的一个基底.

选填解析

一、 选择题

1. 【答案】A

【解析】因为 $M=\{x|x(x-1)<0\}=\{x|0<x<1\}$，

所以，$M\cap N=(0,1)$.

故选 A.

2. 【答案】C

【解析】双曲线 $x^2-y^2=2$ 的标准方程为 $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$，

所以渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x=\pm\sqrt{\frac{b^2}{a^2}}x=\pm x$.

故选 C.

3. 【答案】B

【解析】对于 A：$y=-x^3$ 在定义域内单调递减，不满足题意；

对于 B：$y=2^x-1$ 在定义域内单调递增，

且 $y|_{x=-1}=2^{-1}-1=-\frac{1}{2}$，$y|_{x=1}=2^1-1=1$，

由零点存在定理可知，函数在区间 $(-1,1)$ 内有零点，满足题意；

对于 C：$y=x^2-\frac{1}{2}$ 在区间 $(-\infty,0)$ 单调递减，

在区间 $(0,+\infty)$ 单调递增，不满足题意；

对于 D：$y=\log_2(x+2)$ 在定义域内单调递增，

且 $y|_{x=-1}=\log_2 1=0$，$y|_{x=1}=\log_2 3>1$，

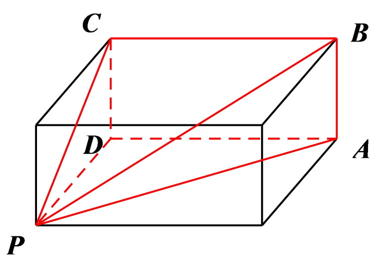
函数在区间 $(-1,1)$ 内无零点，不满足题意.

故选 B.

4. 【答案】B

【解析】由题可知，该几何体为四棱锥 $P-ABCD$，

四棱锥底面中 $AB=2$，$BC=3$，四棱锥高 $PD=3$，



所以，体积 $V=\frac{1}{3}\times 3\times 2\times 3=6$．

故选 B．

5. 【答案】B

【解析】由面面垂直判定定理可知，$m\perp\beta\Rightarrow\alpha\perp\beta$，必要性满足；

当 $m/\!/\alpha\cap\beta$，$m/\!/\beta$，充分性不满足．

故选 B．

6. 【答案】A

【解析】

因为 $AM=1=\left|\overrightarrow{AP}\right|+\left|\overrightarrow{PM}\right|$，且 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PM}$，

所以 $\left|\overrightarrow{AP}\right|=\frac{2}{3}$，$\left|\overrightarrow{PM}\right|=\frac{1}{3}$，

在 $\triangle PBC$ 中，$\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=2\overrightarrow{PM}$，

则 $\overrightarrow{PA}\cdot\left(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}\right)=\overrightarrow{PA}\cdot 2\overrightarrow{PM}=2\left|\overrightarrow{PA}\right|\cdot\left|\overrightarrow{PM}\right|\cdot\cos\left\langle\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PM}\right\rangle=2\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times(-1)=-\frac{4}{9}$．

故答案为 A．

7. 【答案】C

【解析】由题可知，$A=10$，$b=20$，周期 $T=2\times(14-6)=16$，

所以，$\frac{2\pi}{\omega}=16\Rightarrow\omega=\frac{\pi}{8}$，

则 $y=10\sin\left(\frac{\pi}{8}x+\varphi\right)+20$，

由于过点 $(6,10)$，所以，$10=10\sin\left(\frac{\pi}{8}\times 6+\varphi\right)+20$，

化解得，$\frac{3\pi}{4}+\varphi=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，

即，$\varphi=-\frac{5\pi}{4}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，又因为 $-\pi<\varphi<\pi$，

所以，$\varphi=\frac{3\pi}{4}$，则 $y=10\sin\left(\frac{\pi}{8}x+\frac{3\pi}{4}\right)+20$，

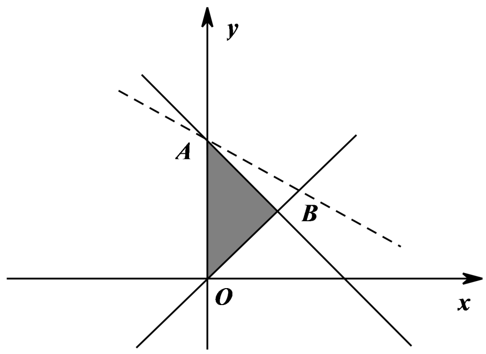
所以，$y|_{x=12}=10\sin\left(\frac{\pi}{8}\times 12+\frac{3\pi}{4}\right)+20=5\sqrt{2}+20\approx 27$．

故答案选 C

8. 【答案】D

【解析】由题可知，x，y 满足 $\begin{cases} x \geqslant 0 \\ x-y \leqslant 0 \\ x+y \leqslant 2 \end{cases}$ 的

区域如图所示：

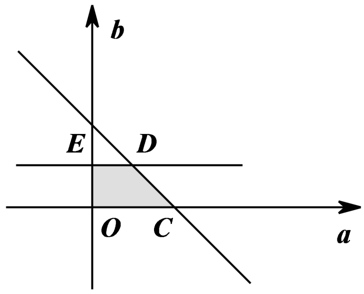


其中，$O(0,0)$，$A(0,2)$，$B(1,1)$ 满足

$ax+by \leqslant 1$，

即 $2b \leqslant 1$，$a+b \leqslant 1$，

$P(a,b)$ 满足 $\begin{cases} a \geqslant 0 \\ b \geqslant 0 \\ 2b \leqslant 1 \\ a+b \leqslant 1 \end{cases}$ 的区域如图所示：



所以，点 $P(a,b)$ 所构成的平面区域的面积等于

$\dfrac{\left(\dfrac{1}{2}+1\right)\times\dfrac{1}{2}}{2}=\dfrac{3}{8}$.

故答案选 D.

二、 填空题

9. 【答案】$b<c<a$

【解析】$a=2^{0.3}>1$，$b=\ln\dfrac{1}{2}<0$，$c=\sin 1\in\left(\dfrac{1}{2},1\right)$.

故答案为 $b<c<a$.

10. 【答案】$\sqrt{14}$

【解析】$x^2+y^2-2y-3=0$ 的标准方程为 $x^2+(y-1)^2=4$，

圆心为 $(0,1)$，半径 $r=2$，

圆心到直线的距离 $d=\dfrac{|0-1|}{\sqrt{1+1}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

所以，弦长等于 $2\sqrt{r^2-d^2}=2\sqrt{4-\dfrac{1}{2}}=\sqrt{14}$.

故答案为 $\sqrt{14}$.

11. 【答案】$\dfrac{1}{4}$；$\dfrac{n^2+7n}{8}$

【解析】由题可知，

$a_3^2=a_1\cdot a_6\Rightarrow\left(1+2d\right)^2=1\times\left(1+5d\right)\Rightarrow d=\dfrac{1}{4}$ 或 $d=0$（舍去）；

$S_n=n\times1+\dfrac{n\times\left(n-1\right)}{2}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{n^2+7n}{8}$.

故答案为 $\dfrac{1}{4}$； $\dfrac{n^2+7n}{8}$

12. 【答案】$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

【解析】由余弦定理可知，

$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B\Rightarrow 7=4+c^2-2c$ ，

解得， $c=3$ 或 $c=-1$（舍去）.

所以的面积 $S=\dfrac{1}{2}ac\sin B=\dfrac{1}{2}\times2\times3\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

故答案为 $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

13. 【答案】600

【解析】当甲与丙同去，则乙不能去，共有 $C_5^2\cdot A_4^4=240$ 种；

当甲与丙同不去，共有 $C_6^2\cdot A_4^4=360$ 种，综上，共有 600 种.

故答案为 600

14. 【答案】$\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_9}{9}$； a_5

【解析】由题可知 a 与每一个数据差的平方和等于

$(a_1-a)^2+(a_2-a)^2+\cdots+(a_9-a)^2$

$=(a_1^2+a_2^2+\cdots+a_9^2)-2a\left(a_1+a_2+\cdots+a_9\right)+9a^2$ ，

$f\left(a\right)=9a^2-2a\left(a_1+a_2+\cdots+a_9\right)+(a_1^2+a_2^2+\cdots+a_9^2)$ ，

当 $a=\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_9}{9}$ 时，二次函数 $f\left(a\right)$ 有最小值；

b 与每一个数据差的绝对值的和等于

$\left|a_1-b\right|+\left|a_2-b\right|+\cdots+\left|a_9-b\right|$，易知 $a_1\le b\le a_9$ ，

当 $a_i\le b\le a_{i+1}$ ， $i=1,2,3,\cdots,8$ ，

由于$|a_1-b|+|a_2-b|+\cdots+|a_9-b|$

$=ib-(a_1+a_2+\cdots+a_i)+(a_{i+1}+\cdots+a_9)-(9-i)b$

$=a_1+a_2+\cdots+a_9+(2i-9)b-2(a_1+a_2+\cdots+a_i)$，

令$M=(2i-9)b-2(a_1+a_2+\cdots+a_i)$

当$i=1$时，$M\in[-7a_2-2a_1,-9a_1]$；

当$i=2$时，$M\in[-5a_3-2(a_1+a_2),-7a_2-2a_1]$；

当$i=3$时，$M\in[-3a_4-2(a_1+a_2+a_3),-5a_3-2(a_1+a_2)]$；

当$i=4$时，$M\in[-a_5-2(a_1+a_2+a_3+a_4),-3a_4-2(a_1+a_2+a_3)]$；

当$i=5$时，$M\in[a_5-2(a_1+a_2+\cdots+a_5),a_6-2(a_1+a_2+\cdots+a_5)]$

即$M\in[-a_5-2(a_1+a_2+\cdots+a_4),a_6-2(a_1+a_2+\cdots+a_5)]$；

当$i=6$时，$M\in[3a_6-2(a_1+a_2+\cdots+a_6),3a_7-2(a_1+a_2+\cdots+a_6)]$，

即$M\in[a_6-2(a_1+a_2+\cdots+a_5),3a_7-2(a_1+a_2+\cdots+a_6)]$；

当$i=7$时，$M\in[5a_7-2(a_1+a_2+\cdots+a_7),5a_8-2(a_1+a_2+\cdots+a_7)]$

即$M\in[3a_7-2(a_1+a_2+\cdots+a_6),5a_8-2(a_1+a_2+\cdots+a_7)]$；

当$i=8$时，$M\in[7a_8-2(a_1+a_2+\cdots+a_8),7a_9-2(a_1+a_2+\cdots+a_8)]$

即$M\in[5a_8-2(a_1+a_2+\cdots+a_7),7a_9-2(a_1+a_2+\cdots+a_8)]$；

综上，当$b=a_5$时，b与每一个数据差的绝对值的和最小．

故答案为$\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_9}{9}$；$a_5$