北京市顺义区 2015-2016 学年上学期期末

高二数学（文科）试卷

一、选择题：本大题供 8 小题，每小题 5 分，供 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.直线 $x-\sqrt{3}y+2=0$ 的倾斜角是（　　）.

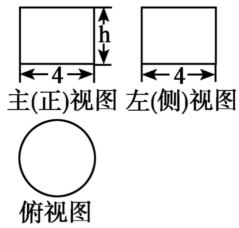
A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{5\pi}{6}$

2.直线 l 过点 $P(2,-2)$，且与直线 $x+2y-3=0$ 垂直，则直线 l 的方程为（　　）.

A. $2x+y-2=0$　　B. $2x-y-6=0$

C. $x-2y-6=0$　　D. $x-2y+5=0$

3.一个几何体的三视图如图所示，如果该几何体的侧面面积为12π，则该几何体的体积是（　　）.



A. 4π　　B. 12π

C. 16π　　D. 48π

4.在空间中，下列命题正确的是（　　）.

A. 如果直线 $m //$ 平面 α，直线 $n\subset\alpha$，那么 $m // n$

B. 如果平面 α 内的两条直线都平行于平面 β，那么平面 $\alpha //$ 平面 β

C. 如果平面 α 外的一条直线 m 垂直于平面 α 内的两条相交直线，那么 $m\perp\alpha$

D. 如果平面 $\alpha\perp$ 平面 β，任取直线 $m\subset\alpha$，那么必有 $m\perp\beta$

5.“$m=1$”是“直线 $(m-2)x-3my-1=0$ 与直线 $(m+2)x+(m-2)y+3=0$ 相互垂直”的（　　）.

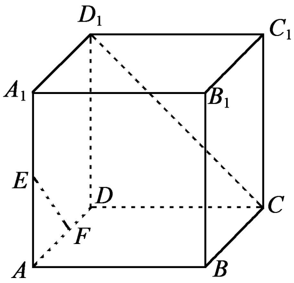
A．必要而不充分条件　　B．充分而不必要条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

6. 方程 $x^2+2ax+y^2=0$（$a\neq 0$）表示的圆（　　）.

A.关于 x 轴对称　　　　B.关于 y 轴对称

C.关于直线 $y=x$ 轴对称　　　　D.关于直线 $y=-x$ 轴对称



7.如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E，F 分别是 AA_1，AD 的中点，则 CD_1 与 EF 所成角为（　　）.

A. $0°$　　　　B. $45°$

C. $60°$　　　　D. $90°$

8.如果过点 $M(-2,0)$ 的直线 l 与椭圆 $\frac{x^2}{2}+y^2=1$ 有公共点，那么直线 l 的斜率 k 的取值范围是（　　）.

A. $\left(-\infty,-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$　　B. $\left[\frac{\sqrt{2}}{2},+\infty\right)$　　C. $\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right]$　　D. $\left[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.

9.已知双曲线的标准方程为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$，则该双曲线的焦点坐标为__________，渐近线方程为__________.

10.如果直线 $3ax+y-1=0$ 与直线 $(1-2a)x+ay+1=0$ 平行．那么 a 等于__________.

11.给出下列命题:

(1)命题 p：菱形的对角线互相垂直平分，命题 q：菱形的对角线相等；则 $p\vee q$ 是假命题；

(2)命题"若 $x^2-4x+3=0$，则 $x=3$"的逆否命题为真命题；

(3)"$1<x<3$"是"$x^2-4x+3<0$"的必要不充分条件；

(4)若命题 p：$\forall x\in R$，$x^2+4x+5\neq 0$，则 $\neg p$：$\exists x_0\in R$，${x_0}^2+4x_0+5=0$.

其中叙述正确的是__________.（填上所有正确命题的序号）

12.直线 $2x+3y+6=0$ 与坐标轴所围成的三角形的面积为__________.

13.抛物线 $y^2=-8x$ 上到焦点距离等于 6 的点的坐标是__________.

14.已知点 $A(2,0)$，点 $B(0,3)$，点 C 在圆 $x^2+y^2=1$ 上，当 $\triangle ABC$ 的面积最小时，点 C 的坐标为__________.

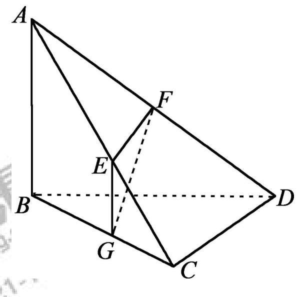
三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15.（本小题共 13 分）

如图，在三棱锥 $A-BCD$ 中，$AB\perp$ 平面 BCD，$BC\perp CD$，E，F，G 分别是 AC，AD，BC 的中点.

求证：（1）AB // 平面 EFG；

（2）平面 $EFG\perp$ 平面 ABC.

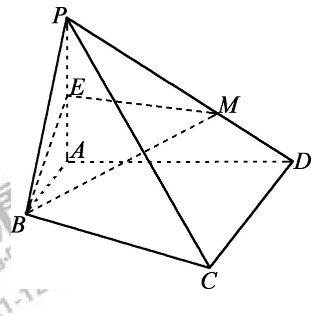


16.（本小题共 13 分）

已知斜率为 2 的直线 l 被圆 $x^2+y^2+14y+24=0$ 所截得的弦长为 $4\sqrt{5}$，求直线 l 的方程.

17. （本小题共 14 分）

如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，$AB/\!/CD$，$AB\perp AD$，$CD=2AB$，E 为 PA 的中点，M 在 PD 上（点 M 与 P,D 两点不重合）.



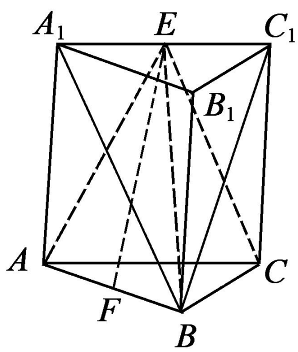
（1） 求证：$AD\perp PB$；

（2）若 $\dfrac{PM}{PD}=\lambda$，则当 λ 为何值时，平面 $BEM\perp$ 平面 PAB？

（3）在（2）的条件下，求证：$PC/\!/$ 平面 BEM.

18.（本小题共 13 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧棱垂直于底面，$AB\perp BC$，$AA_1=AC=2$，$AB=\sqrt{3}$，E，F 分别是 A_1C_1，AB 的中点.



（1） 求证：平面 $BCE\perp$ 平面 A_1ABB_1；

（2） 求证：$EF/\!/$ 平面 B_1BCC_1；

（3）求四棱锥 $B-A_1ACC_1$ 的体积.

19. （本小题共 13 分）

已知斜率为1的直线l经过抛物线$y^2=2px$（$p>0$）的焦点F，且与抛物线相交于A，B两点，$|AB|=4$.

（1） 求p的值；

（2） 若经过点$D(-2,-1)$，斜率为k的直线m与抛物线有两个不同的公共点，求k的取值范围.

20. （本小题共 14 分）

已知椭圆G：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左焦点为$F$，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{3}$，过点$M(0,1)$且与$x$轴平行的直线被椭圆$G$截得的线段长为$\sqrt{6}$.

（1）求椭圆G的方程；

（2）设动点P在椭圆G上（P不是顶点），若直线FP的斜率大于$\sqrt{2}$，求直线OP(O是坐标原点)的斜率的取值范围.

顺义区 2015-2016 学年度第一学期期末质量检测

高二数学（文科）试卷参考答案 2016.1

一、ABB C BA CD

二、9. $\left(\pm 2\sqrt{5},0\right)$，$y=\pm 2x$ 10. $\frac{1}{3}$ 11. (4)

12. 3 13. $\left(-4,\pm 4\sqrt{2}\right)$ 14. $\left(\frac{3\sqrt{13}}{13},\frac{2\sqrt{13}}{13}\right)$

说明：1.第 9 题，答对一个空给 3 分。

2.每个空正负只写对一个的给 2 分。

三、

15. 【解析】

（1）在三棱锥 $A-BCD$ 中，E，G 分别是 AC，BC 的中点.

所以 $AB/\!/EG$，

因为 $EG\subset$ 平面 EFG，$AB\not\subset$ 平面 EFG

所以 $AB/\!/$ 平面 EFG.

（2）因为 $AB\perp$ 平面 BCD，$CD\subset$ 平面 BCD

所以 $AB\perp CD$，

又 $BC\perp CD$ 且 $AB\cap BC=B$，

所以 $CD\perp$ 平面 ABC，

又 E，F，分别是 AC，AD，的中点

所以，$CD/\!/EF$，

所以 $EF\perp$ 平面 ABC，

又 $EF\subset$ 平面 EFG，

所以，平面 $EFG\perp$ 平面 ABC.

16.【解析】

将圆的方程写成标准形式，得 $x^2+(y+7)^2=25$，

所以，圆心坐标是 $\left(0,-7\right)$，半径长 $r=5$.

因为直线 l 被圆所截得的弦长是 $4\sqrt{5}$，

所以，弦心距为 $\sqrt{5^2-(\frac{4\sqrt{5}}{2})^2}=\sqrt{5}$，

即圆心到所求直线 l 的距离为 $\sqrt{5}$.

因为直线 l 的斜率为 2，所以可设所求直线 l 的方程为 $y=2x+b$，

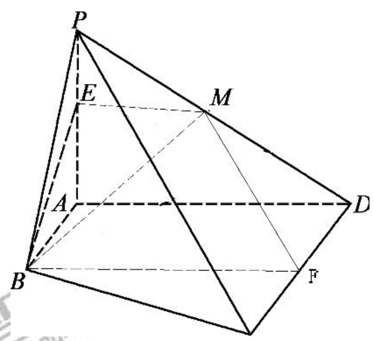
即 $2x-y+b=0$.

所以圆心到直线l的距离为$d=\frac{|7+b|}{\sqrt{5}}$，

因此，$\frac{|7+b|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

解得$b=-2$，或$b=-12$．
所以，所求直线l的方程为$y=2x-2$，或$y=2x-12$．
即$2x-y-2=0$，或$2x-y-12=0$．

17【解析】
（1）证明：因为平面$PAB\perp$平面$ABCD$，$AB\perp AD$，平面$PAB\cap$平面$ABCD=AB$，
所以，$AD\perp$平面PAB．
又$PB\subset$平面PAB，
所以，$AD\perp PB$．



（2）由（1）可知，$AD\perp$平面PAB，又E为PA的中点，
当M为PD的中点时，$EM// AD$，
所以，$EM\perp$平面PAB，
因为$EM\subset$平面BEM，
所以，平面$BEM\perp$平面PAB．
此时，$\lambda=\frac{1}{2}$．
（3）设CD的中点为F，连接BF，FM．
由（2）可知，M为PD的中点．
所以，$FM// PC$，
由题可知$AB// CD$且$AB=\frac{1}{2}CD$，即$AB// FD$，$AB=FD$．
所以$FM// AB$，
所以$ABFD$为平行四边形．
所以$AD// BF$．
又$EM// AD$，
所以，$EM// BF$．
所以，$BEMF$共面．
所以，$FM\subset$平面BEM，
又$PC\not\subset$平面BEM，
所以$PC//$平面BEM．

18．【解析】
（1）在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$BB_1\perp$底面ABC，

所以，$BB_1\perp BC$．

又因为$AB\perp BC$且$AB\cap BB_1=B$，

所以，$BC\perp$平面A_1ABB_1.

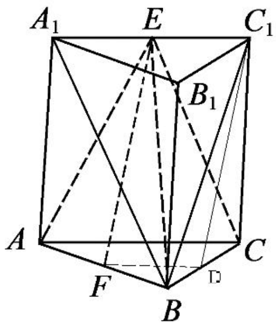
因为$BC\subset$平面BCE，

所以，平面$BCE\perp$平面A_1ABB_1.

（2）取BC的中点D，连接C_1D，FD.

因为E，F分别是A_1C_1，AB的中点，

所以，$FD/\!/AC$且$FD=\frac{1}{2}AC$.



因为$AC/\!/A_1C_1$且$AC=A_1C_1$，

所以，$FD/\!/EC_1$且 $FD=EC_1$.

所以，四边形FDC_1E是平行四边形.

所以，$EF/\!/C_1D$.

又因为$C_1D\subset$平面B_1BCC_1，$EF\not\subset$平面B_1BCC_1，

所以，$EF/\!/$平面B_1BCC_1.

（3）因为$AA_1=AC=2$，$AB=\sqrt{3}$，$AB\perp BC$

所以，$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=1$.

过点B作$BG\perp AC$于点G，则$BG=\frac{AB\times BC}{AC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

因为，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，$AA_1\perp$底面ABC，$AA_1\subset$平面A_1ACC_1，

所以，平面$A_1ACC_1\perp$底面ABC.

所以，$BG\perp$平面A_1ACC_1.

所以，四棱锥$B-A_1ACC_1$的体积$V=\frac{1}{3}AA_1\times AC\times BG=\frac{1}{3}\times 2\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

19.【解析】

（1）由题意可知，抛物线$y^2=2px$（$p>0$）的焦点坐标为$F\left(\frac{p}{2},0\right)$，

准线方程为$x=-\frac{p}{2}$.

所以，直线 l 的方程为 $y=x-\frac{p}{2}$.

由 $\begin{cases} y=x-\frac{p}{2} \\ y^2=2px \end{cases}$ 消 y 并整理，得

$x^2-3px+\frac{p^2}{4}=0$.

设 $A(x_1,y_1)$ ，$B(x_2,y_2)$.

则 $x_1+x_2=3p$ ，

又 $|AB|=|AF|+|BF|=x_1+x_2+p=4$ ，

所以，$3p+p=4$ ，$p=1$.

（2）由（1）可知，抛物线的方程为 $y^2=2x$.

由题意，直线 m 的方程为 $y=kx+(2k-1)$.

由方程组 $\begin{cases} y=kx+(2k-1) \\ y^2=2x \end{cases}$ ，可得 $ky^2-2y+4k-2=0$ ，

当 $k=0$ 时，代入方程，得 $y=-1$.

把 $y=-1$ 代入 $y^2=2x$ ，得 $x=\frac{1}{2}$.

这时，直线 m 与抛物线只有一个公共点 $\left(\frac{1}{2},-1\right)$.

当 $k\neq 0$ 时，方程判别式为 $\Delta=4-4k(4k-2)$.

由 $\Delta>0$ ，即 $4-4k(4k-2)>0$ ，亦即 $4k^2-2k-1<0$.

解得 $\frac{1-\sqrt{5}}{4}<k<\frac{1+\sqrt{5}}{4}$.

于是，当 $\frac{1-\sqrt{5}}{4}<k<\frac{1+\sqrt{5}}{4}$ 且 $k\neq 0$ 时，方程有两个不同的实根，

从而方程组有两组不同的解，这时， 直线 m 与抛物线有两个不同的公共点，

因此，所求 m 的取值范围是 $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{4},0\right)\cup\left(0,\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)$.

20.解（1）由已知，点 $\left(\frac{\sqrt{6}}{2},1\right)$ 在椭圆 G 上， 又离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，

因此$\begin{cases}\dfrac{3}{2a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1\\ a^2=b^2+c^2\\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=\sqrt{3},\\ b=\sqrt{2}.\end{cases}$

所以椭圆G的方程为$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$.

（2）由（1）可知，椭圆G的方程为$\dfrac{x^2}{3}+\dfrac{y^2}{2}=1$．所以，点$F$的坐标为$(-1,0)$.

设点P的坐标为(x_0,y_0)（$x_0\neq-1$，$x_0\neq0$），直线FP的斜率为k，

则直线FP的方程为$y=k(x+1)$，

由方程组$\begin{cases}y_0=k(x_0+1),\\ \dfrac{x_0^{\ 2}}{3}+\dfrac{y_0^{\ 2}}{2}=1,\end{cases}$ 消去y_0， 并整理得$2x_0^{\ 2}+3k^2(x_0+1)^2=6$.

又由已知，得$k=\sqrt{\dfrac{6-2x_0^{\ 2}}{3(x_0+1)^2}}>\sqrt{2}$，解得$-\dfrac{3}{2}<x_0<-1$或$-1<x_0<0$.

设直线OP的斜率为m，则直线OP的方程为$y=mx$.

由方程组$\begin{cases}y_0=mx_0\\ \dfrac{x_0^{\ 2}}{3}+\dfrac{y_0^{\ 2}}{2}=1\end{cases}$，消去$y_0$，并整理得$m^2=\dfrac{2}{x_0^{\ 2}}-\dfrac{2}{3}$.

①当$x_0\in\left(-\dfrac{3}{2},-1\right)$时，有$y_0=k\left(x_0+1\right)<0$，因此， $m=\dfrac{y_0}{x_0}>0$，

于是， $m=\sqrt{\dfrac{2}{x_0^{\ 2}}-\dfrac{2}{3}}$，得$m\in\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3},\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

②当$x_0\in(-1,0)$时，有$y_0=k(x_0+1)>0$，因此， $m=\dfrac{y_0}{x_0}<0$，

于是， $m=-\sqrt{\dfrac{2}{x_0^{\ 2}}-\dfrac{2}{3}}$，得$m\in\left(-\infty,-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

综上， 直线OP的斜率的取值范围是$\left(-\infty,-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)\cup\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3},\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

选填解析

1.【答案】A

【解析】由直线方程可知 $k=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，解得倾斜角为 $\dfrac{\pi}{6}$．

故选 A．

2.【答案】B

【解析】与直线 $x+2y-3=0$ 垂直的直线设为 $2x-y+c=0$，过点 $P(2,-2)$，代入得 $4+2+c=0$，解得 $c=-6$，所以直线方程为 $2x-y-6=0$．

故选 B．

3.【答案】B

【解析】由三视图可知，该几何体为圆柱，侧面积 $S=2\pi\times2\times h=12\pi$，解得 $h=3$，所以几何体的体积 $V=\pi\times2^2\times3=12\pi$．

故选 B．

4.【答案】C

【解析】对于 A，如果线面平行，则线与面内直线要么平行，要么异面；

对于 B，证明面面平行，需要一个平面内的两条相交直线与另一个平面平行；

对于 D，已知面面垂直，面内与交线垂直的直线才与另一个平面垂直．

故选 C．

5.【答案】B

【解析】根据两直线垂直的关系，可得 $(m-2)(m+2)-3m(m-2)=0$，解得 $m=2$ 或 $m=1$．

所以 $m=1$ 是 $m=2$ 或 $m=1$ 的充分不必要条件．

故选 B．

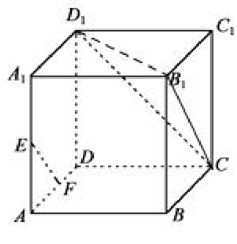
6.【答案】A

【解析】将圆方程化简为 $(x+a)^2+y^2=a^2$，所以圆心为 $(-a,0)$，半径为 $|a|$，所以圆关于 x 轴对称．

故选 A．

7.【答案】C

【解析】E，F 分别是 AA_1，AD 的中点，所以 $EF/\!/A_1D$，又正方体中 $B_1C/\!/A_1D$，连结 B_1D_1，在 $\triangle D_1BA_1$ 中，三边相等，故夹角为 $60°$．



故选 C．

8.【答案】D

【解析】设直线方程为 $y=k(x+2)$，与椭圆方程联立，$(1+2k^2)x^2+8k^2x+4k^2-2=0$，计算判别式得 $\Delta=64k^4-4(2k^2+1)(4k^2-2)=-32k^4+8>0$，解得 $-\frac{\sqrt{2}}{2}<k<\frac{\sqrt{2}}{2}$．

故选 D．

二、填空题

9.【答案】$(\pm2\sqrt{5},0)$，$y=\pm2x$

【解析】由双曲线的性质可知，$a^2=4$，$b^2=16$，解得 $c^2=a^2+b^2=20$，所以 $c=2\sqrt{5}$，焦点坐标为 $(\pm2\sqrt{5},0)$，渐近线方程为 $y=\pm\frac{b}{a}x=\pm2x$．

故答案为 $(\pm2\sqrt{5},0)$，$y=\pm2x$．

10.【答案】$\frac{1}{3}$

【解析】根据两直线平行的关系，可得 $3a^2-(1-2a)=0$，解得 $a=-1$ 或 $a=\frac{1}{3}$．

将 $a=-1$ 代入两直线都为 $3x-y+1=0$，即两直线重合，故舍去．

故答案为 $\frac{1}{3}$．

11.【答案】（4）

【解析】对于（1），命题 p 是真命题，命题 q 是假命题，所以 $p\vee q$ 是真命题，故（1）错误；

对于（2），原命题为假命题，所以逆否命题也为假命题，故（2）错误；

对于（3），$x^2-4x+3<0$ 解得 $1<x<3$，所以为充要条件，故（3）错误．

故答案为（4）．

12.【答案】3

【解析】当 $x=0$ 时，得 $y=-2$，当 $y=0$ 时，得 $x=-3$，

所以三角形面积为 $S=\frac{1}{2}\times2\times3=3$．

故答案为 3．

13.【答案】$(-4,\pm4\sqrt{2})$

【解析】由抛物线的定义可知，到焦点的距离等于到准线的距离，所以该点的横坐标为 -4，代入抛物线解得 $y=\pm4\sqrt{2}$．故点坐标为 $(-4,\pm4\sqrt{2})$．

故答案为 $(-4,\pm4\sqrt{2})$．

14.【答案】 $\left(\frac{3\sqrt{13}}{13},\frac{2\sqrt{13}}{13}\right)$

【解析】$|AB|=\sqrt{(2-0)^2+(0-3)^2}=\sqrt{13}$，

直线 AB 斜率为 $k_{AB}=\frac{0-3}{2-0}=-\frac{3}{2}$，

解得直线方程为 $y=-\frac{3}{2}(x-2)=-\frac{3}{2}x+3$，即 $3x+2y-6=0$，

设圆心到直线的距离为 d，则 $d=\frac{1}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{6}{\sqrt{13}}=\frac{6\sqrt{13}}{13}$，

圆上的点到 AB 的最小值为 $\frac{6\sqrt{13}}{13}-1$，

三角形面积最小时，即为点到直线具体最小时，

设 $C(a,b)$，代入得

$\begin{cases}a^2+b^2=1\\ \frac{|3a+2b-6|}{\sqrt{13}}=\frac{6\sqrt{13}}{13}-1\end{cases}$，解得点 C 坐标为 $\left(\frac{3\sqrt{13}}{13},\frac{2\sqrt{13}}{13}\right)$.

故答案为 $\left(\frac{3\sqrt{13}}{13},\frac{2\sqrt{13}}{13}\right)$.