

北京市西城区 2015 — 2016 学年度第一学期期末试卷

高一数学

2016. 1

试卷满分：150 分 考试时间：120 分钟

A 卷 [必修 模块 4] 本卷满分：100 分

一、 选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1. 如果 $\cos \theta < 0$ ，且 $\tan \theta > 0$ ，则 θ 是 ()。

A. 第一象限的角 B. 第二象限的角 C. 第三象限的角 D. 第四象限的角

2. 化简 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AD}$ 等于 ()。

A. \overrightarrow{CD} B. \overrightarrow{DC} C. \overrightarrow{AD} D. \overrightarrow{CB}

3. 若向量 $\vec{a} = (\sqrt{2}, 1)$ ， $\vec{b} = (2, x)$ 共线，则实数 x 的值是 ()。

A. $-\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 0 D. $\pm\sqrt{2}$

4. 函数 $f(x) = \cos x$ 的一个单调递增区间是 ()。

A. $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ B. $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ C. $(-\pi, 0)$ D. $(0, \pi)$

5. $y = \sin x \cos x$ 是 ()。

A. 最小正周期为 2π 的偶函数 B. 最小正周期为 2π 的奇函数
C. 最小正周期为 π 的偶函数 D. 最小正周期为 π 的奇函数

6. 为了得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象，可以将函数 $y = \sin 2x$ 的图象 ()。

A. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度 B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度
C. 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度 D. 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度

7. 若直线 $x = a$ 是函数 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 图象的一条对称轴，则 a 的值可以是 ()。

A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. $-\frac{\pi}{6}$ D. $-\frac{\pi}{3}$

A. $2\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

A. 3 B. 4 C. 7 D. 8

A. ② B. ②③ C. ①③ D. ①②③

则 ω 的值为_____.

三、解答题：本大题共 3 小题，共 36 分． 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17. (本小题满分 12 分)

已知 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ，且 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ．

(I) 求 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ 的值；

(II) 求 $\frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{1 + \cos 2\alpha}$ 的值．

如图所示， B ， C 两点是函数 $f(x) = A \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ($A > 0$) 图象上相邻的两个最高点，

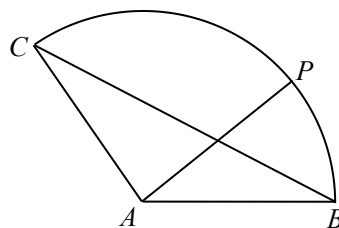
(I) 若 $A=2$ ，求 $f(x)$ 在区间 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的值域；

19. (本小题满分 12 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 1$, $\angle BAC = 120^\circ$.

(I) 求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值;

(II) 设点 P 在以 A 为圆心, AB 为半径的圆弧 BC 上运动, 且 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 其中 $x, y \in \mathbf{R}$. 求 xy 的最大值.



B 卷 [学期综合] 本卷满分：50 分

一、填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分。把答案填在题中横线上。

1. 设 $U = \mathbf{R}$ ， $A = \{x | x > 0\}$ ， $B = \{x | x > 1\}$ ，则 $A \cap B =$ _____.

2. $\log_2 \sqrt{2} =$ _____， $3^{1+\log_3 2} =$ _____.

3. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & x \geq 1 \\ 2^x, & x < 1 \end{cases}$. 且 $f(a) + f(2) = 0$ ，则实数 $a =$ _____.

4. 已知函数 $f(x)$ 是定义 \mathbf{R} 上的减函数，如果 $f(a) > f(x+1)$ 在 $x \in [1, 2]$ 上恒成立，那么实数 a 的取值范围是 _____.

5. 通过实验数据可知，某液体的蒸发速度 y （单位：升/小时）与液体所处环境的温度 x （单位： $^{\circ}\text{C}$ ）近似地满足函数关系 $y = e^{kx+b}$ （ e 为自然对数的底数， k ， b 为常数）。若该液体在 0°C 的蒸发速度是 0.1 升/小时，在 30°C 的蒸发速度为 0.8 升/小时，则该液体在 20°C 的蒸发速度为 _____ 升/小时。



二、解答题：本大题共 3 小题，共 30 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

6. (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = \frac{6x}{x^2 + 1}$.

(I) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性，并证明你的结论；

(II) 求满足不等式 $f(2^x) > 2^x$ 的实数 x 的取值范围.

7. (本小题满分 10 分)

设 a 为实数, 函数 $f(x) = x^2 - 2ax$.

(I) 当 $a = 1$ 时, 求 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的值域;

(II) 设函数 $g(x) = |f(x)|$, $t(a)$ 为 $g(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的最大值, 求 $t(a)$ 的最小值.

8. (本小题满分 10 分)

设函数 $f(x)$ 定义域为 $[0,1]$, 若 $f(x)$ 在 $[0, x^*]$ 上单调递增, 在 $[x^*, 1]$ 上单调递减, 则称 x^* 为函数 $f(x)$ 的峰点, $f(x)$ 为含峰函数. (特别地, 若 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上单调递增或递减, 则峰点为 1 或 0)

对于不易直接求出峰点 x^* 的含峰函数, 可通过做试验的方法给出 x^* 的近似值. 试验原理为: “对任意的 $x_1, x_2 \in (0,1)$, $x_1 < x_2$, 若 $f(x_1) \geq f(x_2)$, 则 $(0, x_2)$ 为含峰区间, 此时称 x_1 为近似峰点; 若 $f(x_1) < f(x_2)$, 则 $(x_1, 1)$ 为含峰区间, 此时称 x_2 为近似峰点”.

我们把近似峰点与 x^* 之间可能出现的最大距离称为试验的“预计误差”, 记为 d , 其值为 $d = \max \{ \max \{x_1, x_2 - x_1\}, \max \{x_2 - x_1, 1 - x_2\} \}$ (其中 $\max \{x, y\}$ 表示 x, y 中较大的数).

(I) 若 $x_1 = \frac{1}{4}$, $x_2 = \frac{1}{2}$. 求此试验的预计误差 d .

(II) 如何选取 x_1, x_2 , 才能使这个试验方案的预计误差达到最小? 并证明你的结论 (只证明 x_1 的取值即可).

(III) 选取 $x_1, x_2 \in (0,1)$, $x_1 < x_2$, 可以确定含峰区间为 $(0, x_2)$ 或 $(x_1, 1)$. 在所得的含峰区间内选取 x_3 , 由 x_3 与 x_1 或 x_3 与 x_2 类似地可以进一步得到一个新的预计误差 d' . 分别求出当 $x_1 = \frac{1}{4}$ 和 $x_1 = \frac{2}{5}$ 时预计误差 d' 的最小值. (本问只写结果, 不必证明)

北京市西城区 2015 — 2016 学年度第一学期期末试卷

高一数学参考答案及评分标准 2016. 1

A 卷 [必修 模块 4] 满分 100 分

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

1. C; 2. B; 3. B; 4. C; 5. D; 6. D; 7. A; 8. A; 9. C; 10. D.

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

$$11. -\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$12. \frac{1}{2}\left(\frac{r}{b-a}\right);$$

$$13. -\frac{4}{3};$$

$$14. \frac{\pi}{3};$$

$$15. \frac{5\pi}{8};$$

$$16. \frac{3}{2}.$$

三、解答题：本大题共 3 小题，共 36 分.

17. (本小题满分 12 分)

解：(I) 因为 $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ ，且 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ，

$$\text{所以 } \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{4}{5}.$$

$$\text{所以 } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{3}{4}.$$

$$\text{所以 } \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan \alpha - 1}{1 + \tan \alpha} = -7.$$

$$(II) \text{ 由 (I) 知, } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{24}{25},$$

$$1 + \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha = \frac{32}{25}.$$

$$\text{所以 } \frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{-\frac{24}{25} + \frac{4}{5}}{\frac{32}{25}} = -\frac{1}{8}.$$

18. (本小题满分 12 分)

$$(I) \text{ 由题意 } f(x) = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right),$$

$$\text{因为 } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \text{ 所以 } 0 \leq 2x \leq \pi. \text{ 所以 } \frac{\pi}{3} \leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{4\pi}{3}.$$

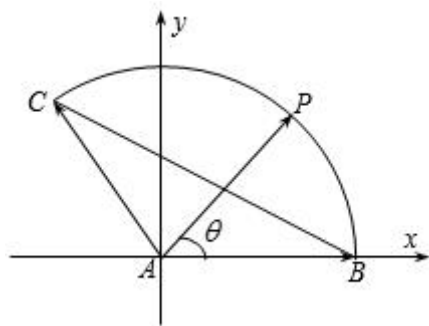
$$\text{所以 } -\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1.$$

$$\text{所以 } -\sqrt{3} \leq f(x) \leq 2,$$

$$\text{函数 } f(x) \text{ 的值域为 } [-\sqrt{3}, 2].$$

$$(II) \text{ 由已知 } B\left(\frac{\pi}{12}, A\right), C\left(\frac{13\pi}{12}, A\right), B\left(\frac{\pi}{3}, 0\right),$$

又 $A > 0$ ，所以 $A = \frac{\sqrt{3}\pi}{4}$ 。



注：2 题每空 2 分.

二、解答题：本大题共 3 小题，共 30 分.

6. (本小题满分 10 分)

解：(I) 因为 $f(x) = \frac{6x}{x^2+1}$ ，所以 $f(-x) = \frac{-6x}{x^2+1} = -f(x)$.

所以 $f(x)$ 为奇函数.

(II) 由不等式 $f(2^x) > 2^x$ ，得 $\frac{6 \cdot 2^x}{2^{2x}+1} > 2^x$.

整理得 $2^{2x} < 5$,

所以 $2x < \log_2 5$ ，即 $x < \frac{1}{2} \log_2 5$.

7. (本小题满分 10 分)

解：(I) 当 $a=1$ 时， $f(x) = x^2 - 2x$. 二次函数图象的对称轴为 $x=1$ ，开口向上.

所以在区间 $[0, 2]$ 上，当 $x=1$ 时， $f(x)$ 的最小值为 -1 .

当 $x=0$ 或 $x=2$ 时， $f(x)$ 的最大值为 0 .

所以 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上的值域为 $[-1, 0]$.

(II) 注意到 $f(x) = x^2 - 2ax$ 的零点是 0 和 $2a$ ，且抛物线开口向上.

当 $a \leq 0$ 时，在区间 $[0, 2]$ 上 $g(x) = |f(x)| = x^2 - 2ax$,

$g(x)$ 的最大值 $t(a) = g(2) = 4 - 4a$.

当 $0 < a < 1$ 时，需比较 $g(2)$ 与 $|g(a)|$ 的大小，

$$|g(a)| - g(2) = a^2 - (4 - 4a) = a^2 + 4a - 4,$$

所以，当 $0 < a < 2\sqrt{2} - 2$ 时， $|g(a)| - g(2) < 0$;

当 $2\sqrt{2} - 2 < a < 1$ 时， $|g(a)| - g(2) > 0$.

所以，当 $0 < a < 2\sqrt{2} - 2$ 时， $g(x)$ 的最大值 $t(a) = g(2) = 4 - 4a$.

当 $2\sqrt{2} - 2 \leq a < 1$ 时， $g(x)$ 的最大值 $t(a) = |g(a)| = a^2$.

当 $1 < a < 2$ 时， $g(x)$ 的最大值 $t(a) = |g(a)| = a^2$.

当 $a > 2$ 时， $g(x)$ 的最大值 $t(a) = |g(2)| = 4a - 4$.

$$\text{所以, } g(x) \text{ 的最大值 } t(a) = \begin{cases} 4a-4, & a < 2\sqrt{2}-2 \\ a^2, & 2\sqrt{2}-2 < a \leq 2 \\ 4a-4, & a > 2 \end{cases}$$

所以, 当 $a = 2\sqrt{2}-2$ 时, $t(a)$ 的最小值为 $12-8\sqrt{2}$.

8. (本小题满分 10 分)

解: (I) 由已知 $x_1 = \frac{1}{4}$, $x_2 = \frac{1}{2}$.

$$\text{所以 } d = \max \{ \max \{x_1, x_2 - x_1\}, \max \{x_2 - x_1, 1 - x_2\} \}$$

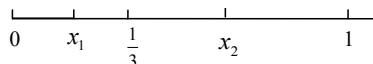
$$= \max \left\{ \max \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right\}, \max \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \right\} \right\} = \max \left\{ \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \right\} = \frac{1}{2}.$$

(II) 取 $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{2}{3}$, 此时试验的预计误差为 $\frac{1}{3}$.

以下证明, 这是使试验预计误差达到最小的试验设计.

证明: 分两种情形讨论 x_1 点的位置.

① 当 $x_1 < \frac{1}{3}$ 时, 如图所示,



如果 $\frac{1}{3} \leq x_2 < \frac{2}{3}$, 那么 $d > 1 - x_2 > \frac{1}{3}$;

如果 $\frac{2}{3} \leq x_2 < 1$, 那么 $d \geq x_2 - x_1 > \frac{1}{3}$.

② 当 $x_1 > \frac{1}{3}$, $d \geq x_1 > \frac{1}{3}$.

综上, 当 $x_1 \neq \frac{1}{3}$ 时, $d > \frac{1}{3}$.

(同理可得当 $x_2 \neq \frac{1}{3}$ 时, $d > \frac{1}{3}$)

即 $x_1 = \frac{1}{3}$, $x_2 = \frac{2}{3}$ 时, 试验的预计误差最小.

(III) 当 $x_1 = \frac{1}{4}$ 和 $x_1 = \frac{2}{5}$ 时预计误差 d' 的最小值分别为 $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{1}{5}$.

注: 用通俗语言叙述证明过程也给分.

选填解析

A 卷

一、 选择题

1. 【答案】C

【解析】 $\because \cos \theta < 0$, $\therefore \theta$ 在第二象限或第三象限;

$\because \tan \theta > 0$, $\therefore \theta$ 在第一象限或第三象限,

综上, θ 在第三象限.

故选 C.

2. 【答案】B

【解析】 $\overline{AB} + \overline{BC} - \overline{AD} = \overline{AC} - \overline{AD} = \overline{AC} + \overline{DA} = \overline{DC}$.

故选 B.

3. 【答案】B

【解析】 $\because \vec{a} = (\sqrt{2}, 1)$, $\vec{b} = (2, x)$ 共线,

$$\therefore \sqrt{2}x - 1 \cdot 2 = 0, \text{ 即 } x = \sqrt{2}.$$

故选 B.

4. 【答案】C

【解析】由 $f(x) = \cos x$ 的单调性可知,

$f(x)$ 在区间 $[-\pi + 2k\pi, 2k\pi] (k \in \mathbf{Z})$ 上单调递增,

四个选项中, 只有 C 选项 $(-\pi, 0) \subseteq [-\pi + 2k\pi, 2k\pi]$.

故选 C.

5. 【答案】D

【解析】 $y = \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$,

所以, 最小正周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$,

又因为 $y = \frac{1}{2} \sin(-2x) = -\frac{1}{2} \sin 2x$, 故为奇函数.

故选 D.

6. 【答案】D

所以，为了得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$ 的图象，

可以将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度.

7. 【答案】A

【解析】 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ 的对称轴为 $x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$,

即 $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, \quad k \in \mathbf{Z}.$

故答案选 A

8. 【答案】A

【解析】 $Q \begin{vmatrix} r & r \\ a & b \end{vmatrix} = 2,$

$$\therefore \left| \begin{matrix} \mathbf{r} & \mathbf{r} \\ a & b \end{matrix} \right|^2 = 4, \text{ 即 } \left| \begin{matrix} \mathbf{r} \\ a \end{matrix} \right|^2 - 2 \left| \begin{matrix} \mathbf{r} \\ a \end{matrix} \right| \cdot \left| \begin{matrix} \mathbf{r} \\ b \end{matrix} \right| \cos \langle \begin{matrix} \mathbf{r} \\ a \end{matrix}, \begin{matrix} \mathbf{r} \\ b \end{matrix} \rangle + \left| \begin{matrix} \mathbf{r} \\ b \end{matrix} \right|^2 = 4$$

则 $4 - 2 \times \left| b \right| \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \left| b \right|^2 = 4$ ，解得， $\left| b \right| = 2\sqrt{2}$ 或 $\left| b \right| = 0$ （舍）。

故答案选 A.

9. 【答案】C

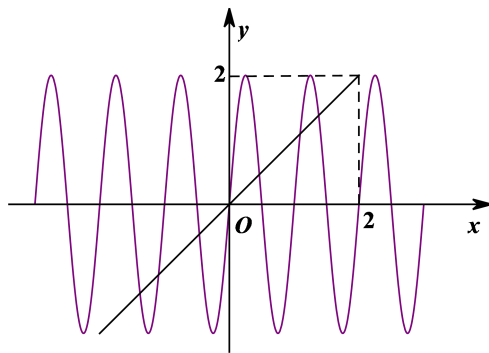
【解析】因为 $y = 2\sin(2\pi x) \in [-2, 2]$ 为奇函数，最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$ ，

显然 $(0,0)$ ，由图可知函数 $y = 2\sin(2\pi x)$ 的图象

与直线1在区间 $(0,2]$ 的交点有3个,

故一共有7个.

故选 C.



10. 【答案】D

【解析】当 x 为第一象限角， $f(x) = |\sin x| + |\cos x| = \sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ ，

值域为 $(1, \sqrt{2}]$ ，在 $(0, \frac{\pi}{4})$ 上单调递增，③正确；

当 x 为第二象限角,

当 x 为第三象限角,

当 x 为第四象限角,

当 x 在横轴上, $f(x) = |\sin x| + |\cos x| = 0 + 1 = 1$;

当 x 在纵轴上, $f(x) = |\sin x| + |\cos x| = 1 + 0 = 1$;

综上, $f(x) = |\sin x| + |\cos x|$ 的值域为 $[1, \sqrt{2}]$, ①②正确.

故选 D.

二、 填空题

11. 【答案】 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

【解析】 $\sin \frac{5\pi}{4} = \sin \left(\pi + \frac{\pi}{4} \right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故答案为 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

12. 【答案】 $\frac{1}{2} \binom{r}{b-a}$

【解析】由平行四边形法则可知 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b})$,

在 $\triangle ABD$ 中, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = -\mathbf{a} + \frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \frac{1}{2}(\mathbf{b} - \mathbf{a})$.

故答案为 $\frac{1}{2} \binom{r}{b-a}$.

13. 【答案】 $-\frac{4}{3}$

【解析】由三角函数定义可知 $\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{2}{1} = 2$ ，

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{4}{1 - 4} = -\frac{4}{3}.$$

故答案为 $-\frac{4}{3}$

14. 【答案】 $\frac{\pi}{3}$

【解析】由向量数量积公式可知 $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{0+2}{\sqrt{0+4} \times \sqrt{3+1}} = \frac{1}{2}$,

因为 $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle \in [0, \pi]$, 所以 $\cos \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = \frac{\pi}{3}$.

故答案为 $\frac{\pi}{3}$.

15. 【答案】 $\frac{5\pi}{8}$

【解析】 $-\sin \frac{\pi}{8} = \sin \left(-\frac{\pi}{8} \right) = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{8} \right) \right) = \cos \frac{5\pi}{8}$,

所以 $\alpha = \frac{5\pi}{8}$.

故答案为 $\frac{5\pi}{8}$.

16. 【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】由题可知, $-1 = \sin \omega \pi$,

所以, $\omega \pi = -\frac{1}{2}\pi + 2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$, 即 $\omega = -\frac{1}{2} + 2k$, $k \in \mathbf{Z}$,

由因为区间 $\left(0, \frac{\pi}{3} \right)$ 上单调递增, 设函数的最小正周期为 T ,

则 $\frac{\pi}{3} \leq \frac{T}{4}$, $T = \frac{2\pi}{\omega}$, 可得 $\omega \leq \frac{3}{2}$,

结合 $\omega > 0$, 所以 $\omega = \frac{3}{2}$.

故答案为 $\frac{3}{2}$.

B 卷

一、 填空题

1. 【答案】 $\{x|0 < x \leq 1\}$

【解析】由题可知, $\complement_U B = \{x|x \leq 1\}$, 则 $A \cap \complement_U B = \{x|0 < x \leq 1\}$.

故答案为 $\{x|0 < x \leq 1\}$.

2. 【答案】 $\frac{1}{2}$, 6

【解析】 $\log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$;

$$3^{1+\log_3 2} = 3 \times 3^{\log_3 2} = 3 \times 2 = 6.$$

故答案为 $\frac{1}{2}$, 6.

3. 【答案】 -1

【解析】 当 $a \geq 1$ 时, $f(a) + f(2) = -\frac{1}{a} + 2 = 0$, 解得 $a = \frac{1}{2}$ (舍);

当 $a < 1$ 时, $f(a) + f(2) = 2^2 + 2 = 0$, 解得 $a = -1$.

故答案为 -1.

4. 【答案】 $\{a | a < 2\}$

【解析】 $f(a) > f(x+1)$ 在 $x \in [1, 2]$ 上恒成立等价于

$f(a) > (f(x+1))_{\max}$ 在 $x \in [1, 2]$ 上,

由于函数 $f(x)$ 是定义 \mathbf{R} 上的减函数,

所以 $(f(x+1))_{\max} = f(1+1) = f(2)$,

即 $f(a) > f(2)$, 所以 $a < 2$.

故答案为 $\{a | a < 2\}$

5. 【答案】 0.4

【解析】 由题可知,
$$\begin{cases} 0.1 = e^{0+b} \\ 0.8 = e^{30k+b} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} e^b = 0.1 \\ e^{10k} = 2 \end{cases},$$

当液体在 20°C 时, $y = e^{20k+b} = (e^{10k})^2 \cdot e^b = 4 \times 0.1 = 0.4$.

故答案为 0.4