2016 年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）

数学（理工类）

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题），第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 4 页，共 4 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟，考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿上答题无效，考试结束后，将本试题卷和答题卡一并交回。

第 I 卷（选择题　共 50 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的。

1.设集合 $A=\{x\mid -2\le x\le 2\}$，Z 为整数集，则 $A\cap \mathbf{Z}$ 中元素的个数是（　　）

（A）3（B）4（C）5（D）6

2.设 i 为虚数单位，则 $(x+\mathrm{i})^6$ 的展开式中含 x^4 的项为（　　）

（A）$-15x^4$（B）$15x^4$（C）$-20\mathrm{i}\,x^4$（D）$20\mathrm{i}\,x^4$

3.为了得到函数 $y=\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})$ 的图象，只需把函数 $y=\sin 2x$ 的图象上所有的点（　　）

（A）向左平行移动 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度（B）向右平行移动 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度

（C）向左平行移动 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度（D）向右平行移动 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度

4.用数字 1，2，3，4，5 组成没有重复数字的五位数，其中奇数的个数为（　　）

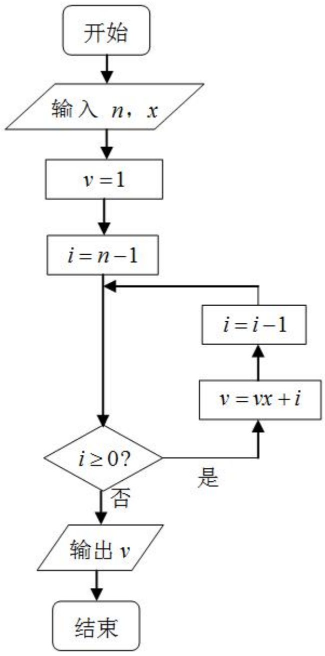
（A）24（B）48（C）60（D）72

5.某公司为激励创新，计划逐年加大研发资金投入.若该公司 2015 年全年投入研发资金 130 万元，在此基础上，每年投入的研发资金比上一年增长 12%，则该公司全年投入的研发资金开始超过 200 万元的年份是（　）

（参考数据：lg 1.12≈0.05，lg 1.3≈0.11，lg2≈0.30）

（A）2018 年（B）2019 年（C）2020 年（D）2021 年

6.秦九韶是我国南宋时期的数学家，普州（现四川省安岳县）人，他在所著的《数书九章》中提出的多项式求值的秦九韶算法，至今仍是比较先进的算法.如图所示的程序框图给出了利用秦九韶算法求某多项式值的一个实例，若输入 n，x 的值分别为 3，2，则输出 v 的值为（　）



（A）9　（B）18　（C）20　（D）35

7.设 p：实数 x，y 满足 $(x-1)^2+(y-1)^2\leqslant 2$，$q$：实数 x，y 满足 $\begin{cases} y\geq x-1, \\ y\geq 1-x, \\ y\leq 1, \end{cases}$ 则 p 是 q 的（　）

（A）必要不充分条件（B）充分不必要条件（C）充要条件（D）既不充分也不必要条件

8.设 O 为坐标原点，P 是以 F 为焦点的抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上任意一点，M 是线段 PF 上的点，且 $|PM|=2|MF|$,则直线 OM 的斜率的最大值为（　）

（A）$\frac{\sqrt{3}}{3}$（B）$\frac{2}{3}$（C）$\frac{\sqrt{2}}{2}$（D）1

9.设直线 l_1，l_2 分别是函数 $f(x)=\begin{cases} -\ln x, 0<x<1, \\ \ln x, x>1, \end{cases}$ 图象上点 P_1，P_2 处的切线，l_1 与 l_2 垂直相交于点 P，且 l_1，l_2 分别与 y 轴相交于点 A，B，则△PAB 的面积的取值范围是（　）

（A）(0,1)　（B）(0,2)　（C）(0,+∞)　（D）(1,+∞)

10.在平面内，定点 A，B，C，D 满足 $|\overrightarrow{DA}|=|\overrightarrow{DB}|=|\overrightarrow{DC}|$，$\overrightarrow{DA}\cdot\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DC}\cdot\overrightarrow{DA}=-2$，动点 P，M 满足 $|\overrightarrow{AP}|=1$，$\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{MC}$，则 $|\overrightarrow{BM}|^2$ 的最大值是（　）

（A）$\frac{43}{4}$（B）$\frac{49}{4}$（C）$\frac{37+6\sqrt{3}}{4}$（D）$\frac{37+2\sqrt{33}}{4}$

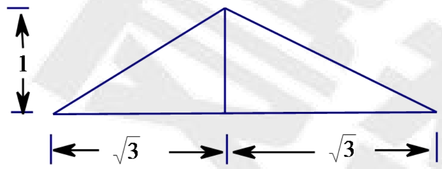
第 II 卷（非选择题　100 分）

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

11.$\cos^2\dfrac{\pi}{8}-\sin^2\dfrac{\pi}{8}=$__________.

12.同时抛掷两枚质地均匀的硬币，当至少有一枚硬币正面向上时，就说这次试验成功，则在 2 次试验中成功次数 X 的均值是_________.

13.已知三棱锥的四个面都是腰长为 2 的等腰三角形，该三棱锥的正视图如图所示，则该三棱锥的体积是_________。



正视图

14.已知函数 $f(x)$ 是定义在 R 上的周期为 2 的奇函数，当 $0<x<1$ 时，$f(x)=4^x$，则 $f(-\frac{5}{2})+f(1)=$_________。

15．在平面直角坐标系中，当 $P(x，y)$ 不是原点时，定义 P 的“伴随点”为 $P'(\dfrac{y}{x^2+y^2},\dfrac{-x}{x^2+y^2})$；

当 P 是原点时，定义 P 的“伴随点“为它自身，平面曲线 C 上所有点的“伴随点”所构成的曲线 C' 定义为曲线 C 的“伴随曲线”.现有下列命题：

①若点 A 的“伴随点”是点 A'，则点 A' 的“伴随点”是点 A

②单位圆的“伴随曲线”是它自身；

③若曲线 C 关于 x 轴对称，则其“伴随曲线” C' 关于 y 轴对称；

④一条直线的“伴随曲线”是一条直线.

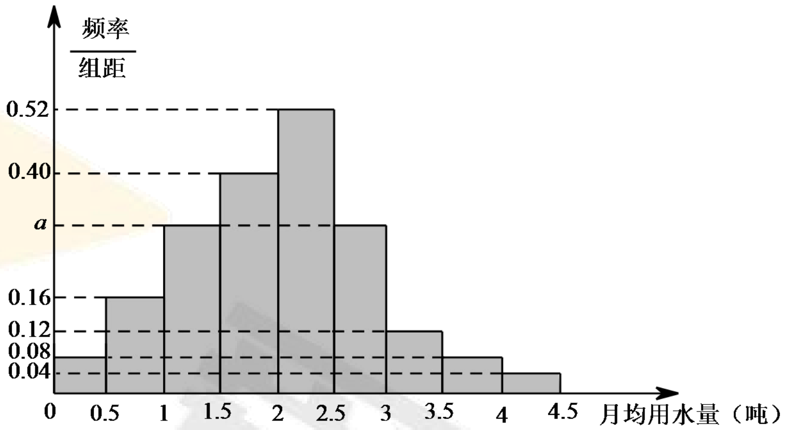
其中的真命题是_____________（写出所有真命题的序列）.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16.（本小题满分 12 分）

我国是世界上严重缺水的国家，某市政府为了鼓励居民节约用水，计划调整居民生活用水收费方案，拟确定一个合理的月用水量标准 x（吨）、一位居民的月用水量不超过 x 的部分按平价收费，超出 x 的部分按议价收费.为了了解居民用水情况，通过抽样，获得了某年 100 位居民每人的月均用水量（单位：吨），将

数据按照[0,0.5)，[0.5,1)，…，[4,4.5)分成 9 组，制成了如图所示的频率分布直方图.



（I）求直方图中 a 的值；

（II）设该市有 30 万居民，估计全市居民中月均用水量不低于 3 吨的人数，并说明理由；

（III）若该市政府希望使 85%的居民每月的用水量不超过标准 x（吨），估计 x 的值，并说明理由.

17.（本小题满分 12 分）

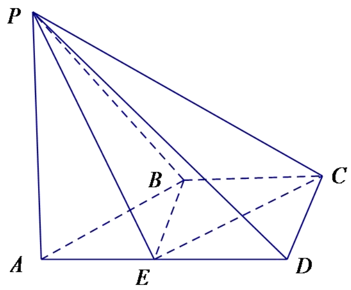
在△ABC 中，角 A,B,C 所对的边分别是 a,b,c,且 $\dfrac{\cos A}{a}+\dfrac{\cos B}{b}=\dfrac{\sin C}{c}$.

（I）证明：$\sin A\sin B=\sin C$；

（II）若 $b^2+c^2-a^2=\dfrac{6}{5}bc$，求 $\tan B$.

18.（本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥 P-ABCD 中，AD∥BC，∠ADC=∠PAB=90°，BC=CD=$\dfrac{1}{2}$AD.E 为棱 AD 的中点，异面直线 PA 与 CD 所成的角为 90°.



（I）在平面 PAB 内找一点 M，使得直线 CM∥平面 PBE，并说明理由；

(II)若二面角 P-CD-A 的大小为 45°，求直线 PA 与平面 PCE 所成角的正弦值.

19.（本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$的首项为 1，S_n 为数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$S_{n+1}=qS_n+1$，其中 q>0，$n\in N^*$.

（I）若 $2a_2,a_3,a_2+2$ 成等差数列，求$\{a_n\}$的通项公式；

(ii)设双曲线 $x^2-\frac{y^2}{a_n^2}=1$ 的离心率为e_n，且 $e_2=\frac{5}{3}$，证明：$e_1+e_2+\cdots+e_n>\frac{4^n-3^n}{3^{n-1}}$.

20.（本小题满分 13 分）

已知椭圆 E: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两个焦点与短轴的一个端点是直角三角形的 3 个顶点，直线 l: $y=-x+3$ 与椭圆 E 有且只有一个公共点 T.

（I）求椭圆 E 的方程及点 T 的坐标；

（II）设 O 是坐标原点，直线 l'平行于 OT,与椭圆 E 交于不同的两点 A、B，且与直线 l 交于点 P.证明：存在常数 λ，使得 $|PT|^2=\lambda|PA|\cdot|PB|$，并求 λ 的值.

21.（本小题满分 14 分）

设函数 $f(x)=ax^2-a-\ln x$，其中 $a\in\mathbf{R}$.

（I）讨论 $f(x)$的单调性；

（II）确定 a 的所有可能取值，使得 $f(x)>\frac{1}{x}-e^{1-x}$ 在区间（1，+∞）内恒成立(e=2.718…为自然对数的底数)。