

深圳市高级中学 2014—2015 学年第一学期第一次月考

高一数学试卷

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分).

1. 若集合 $M = \{(x, y) | x + y = 0\}$, $N = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 0, x \in R, y \in R\}$, 则有 ()

- A. $M \cup N = M$ B. $M \cup N = N$ C. $M \cap N = M$ D. $M \cap N = \emptyset$

2. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 对任意两个不相等实数 a, b , 总有 $\frac{f(a) - f(b)}{a - b} > 0$ 成立, 则必有 ()

- A. 函数 $f(x)$ 是先增加后减少 B. 函数 $f(x)$ 是先减少后增加
C. $f(x)$ 在 R 上是增函数 D. $f(x)$ 在 R 上是减函数

3. 下列各组函数是同一函数的是 ()

- ① $f(x) = \sqrt{-2x^3}$ 与 $g(x) = x\sqrt{-2x}$; ② $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$;
③ $f(x) = x^0$ 与 $g(x) = \frac{1}{x^0}$; ④ $f(x) = x^2 - 2x - 1$ 与 $g(t) = t^2 - 2t - 1$.

- A. ①② B. ①③ C. ③④ D. ①④

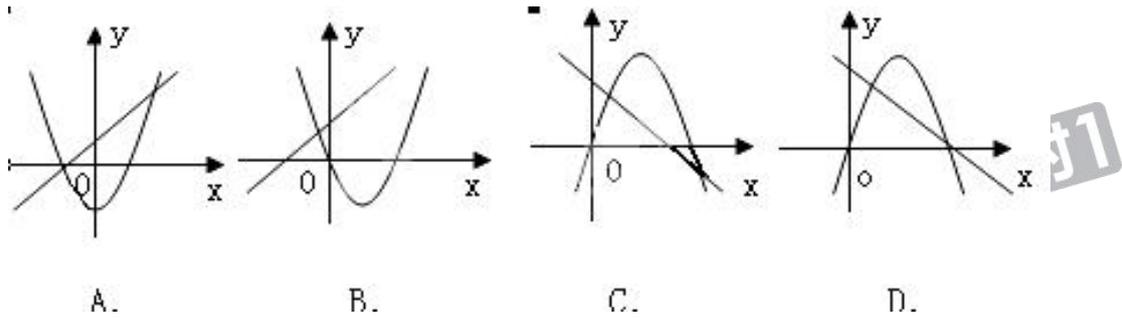
4. 偶函数 $y = f(x)$ 在区间 $[0, 4]$ 上单调递减, 则有 ()

- A. $f(-1) > f(\frac{\pi}{3}) > f(-\pi)$ B. $f(\frac{\pi}{3}) > f(-1) > f(-\pi)$
C. $f(-\pi) > f(-1) > f(\frac{\pi}{3})$ D. $f(-1) > f(-\pi) > f(\frac{\pi}{3})$

5. 函数 $y = x^2 - 4x + 3, x \in [0, 3]$ 的值域为 ()

- A. $[0, 3]$ B. $[-1, 0]$ C. $[-1, 3]$ D. $[0, 2]$

6. 函数 $y = ax^2 + bx$ 与 $y = ax + b (ab \neq 0)$ 的图象只能是 ()



7. 若 $f(x)$ 是奇函数，且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数，又 $f(-3) = 0$ ，则 $(x-1)f(x) < 0$ 的解是 ()

- A. $(-3, 0) \cup (1, +\infty)$ B. $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$
 C. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$ D. $(-3, 0) \cup (1, 3)$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2, & x > m, \\ x^2 + 4x + 2, & x \leq m \end{cases}$ 的图像与直线 $y = x$ 恰有三个公共点，则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -1]$ B. $[2, +\infty)$ C. $[-1, 2]$ D. $[-1, 2)$

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分)

9. $27^{\frac{2}{3}} + 16^{-\frac{1}{2}} - (\frac{1}{2})^{-2} - (\frac{8}{27})^{-\frac{2}{3}} =$ _____。

10. 已知函数 $f(x) = x^2 + (m+2)x + 3$ 是偶函数，则 $m =$ _____。

11. 已知 $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$ ，那么 $f(1) + f(2) + f(\frac{1}{2}) + f(3) + f(\frac{1}{3}) + f(4) + f(\frac{1}{4}) =$ _____。

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & (x > 0) \\ x^2+4x-2, & (x \leq 0) \end{cases}$ ，则满足 $f(x) = 3$ 的 x 的值为_____。

13. 若函数 $y = x^2 - 3x - 4$ 的定义域为 $[0, m]$ ，值域为 $[-\frac{25}{4}, -4]$ ，则 m 的取值范围是_____。

14. 已知函数 $f(x) = \sqrt{(1-a^2)x^2 + 3(1-a)x + 6}$ ，若 $f(x)$ 定义域为 \mathbb{R} ，则实数 a 的取值范围是_____。

三、解答题（本大题共 6 小题，共 80 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

15. （本小题满分 12 分）已知集合 $A = \{x | a-1 < x < 2a+1\}$ ， $B = \{x | 0 < x < 1\}$ ，若 $A \cap B = \emptyset$ ，求实数 a 的取值范围。

16. （本小题满分 12 分）(I) 画出函数 $y = x^2 - 2x - 3$ ， $x \in (-1, 4]$ 的图象；

(II) 讨论当 k 为何实数值时，方程 $x^2 - 2x - 3 - k = 0$ 在 $(-1, 4]$ 上的解集为空集、单元素集、两元素集？

17 (本小题满分 14 分) 已知定义域为 $\{x \in R | x \neq 0\}$ 的函数 $f(x)$ 满足：①对于 $f(x)$ 定义域内的任意实数 x ，都有 $f(-x) + f(x) = 0$ ；②当 $x > 0$ 时， $f(x) = x^2 - 2$ 。

(1) 求 $f(x)$ 定义域上的解析式；

(2) 解不等式： $f(x) < x$ 。

18. (本小题满分 14 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{a} - \frac{1}{x} (a > 0, x > 0)$.

(1) 用单调性的定义证明函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调递增函数;

(2) 若 $f(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上的值域是 $[\frac{1}{2}, 2]$, 求 a 的值.

19. (本小题满分 14 分) 已知 $f(x)$ 对于任意实数 x, y 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$.

(1) 求 $f(0)$ 并判断 $f(x)$ 的奇偶性;

(2) 判断 $f(x)$ 的单调性, 并用定义加以证明;

20. (本小题满分 14 分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域并判断函数的奇偶性;

(2) 设 $F(x) = m\sqrt{1-x^2} + f(x)$, 若记 $f(x) = t$, 求函数 $F(x)$ 的最大值的表达式 $g(m)$;

深圳市高级中学 2014—2015 学年第一学期第一次月考

高一数学试卷

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分）.

1. 若集合 $M = \{(x, y) | x + y = 0\}$, $N = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 0, x \in R, y \in R\}$, 则有 (A)

- A. $M \cup N = M$ B. $M \cup N = N$ C. $M \cap N = M$ D. $M \cap N = \emptyset$

2. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 对任意两个不相等实数 a, b , 总有 $\frac{f(a) - f(b)}{a - b} > 0$ 成立, 则必有

(C)

- A. 函数 $f(x)$ 是先增加后减少 B. 函数 $f(x)$ 是先减少后增加

- C. $f(x)$ 在 R 上是增函数 D. $f(x)$ 在 R 上是减函数

3. 下列各组函数是同一函数的是

(C)

① $f(x) = \sqrt{-2x^3}$ 与 $g(x) = x\sqrt{-2x}$; ② $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$;

③ $f(x) = x^0$ 与 $g(x) = \frac{1}{x^0}$; ④ $f(x) = x^2 - 2x - 1$ 与 $g(t) = t^2 - 2t - 1$.

- A. ①② B. ①③ C. ③④ D. ①④

4. 偶函数 $y = f(x)$ 在区间 $[0, 4]$ 上单调递减, 则有

(A)

A. $f(-1) > f(\frac{\pi}{3}) > f(-\pi)$ B. $f(\frac{\pi}{3}) > f(-1) > f(-\pi)$

C. $f(-\pi) > f(-1) > f(\frac{\pi}{3})$ D. $f(-1) > f(-\pi) > f(\frac{\pi}{3})$

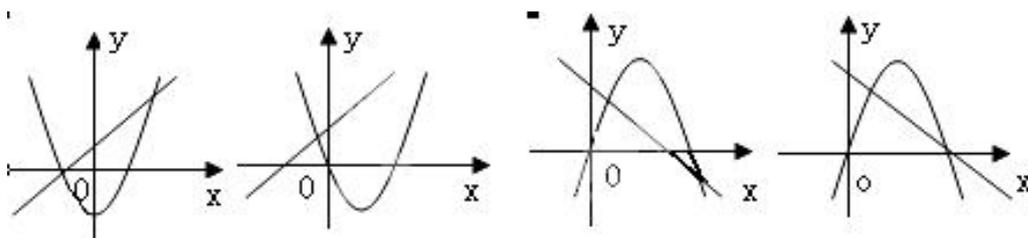
5. 函数 $y = x^2 - 4x + 3, x \in [0, 3]$ 的值域为

(C)

- A. $[0, 3]$ B. $[-1, 0]$ C. $[-1, 3]$ D. $[0, 2]$

6. 函数 $y = ax^2 + bx$ 与 $y = ax + b (ab \neq 0)$ 的图象只能是

(D)



A.

B.

C.

D.

7. 若 $f(x)$ 是奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 上是增函数, 又 $f(-3) = 0$, 则 $(x-1)f(x) < 0$ 的解是 (D)

- A. $(-3, 0) \cup (1, +\infty)$ B. $(-\infty, -3) \cup (0, 3)$
 C. $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$ D. $(-3, 0) \cup (1, 3)$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2, & x > m, \\ x^2 + 4x + 2, & x \leq m \end{cases}$ 的图像与直线 $y = x$ 恰有三个公共点, 则实数 m 的取值范围是 (D)

- A. $(-\infty, -1]$ B. $[2, +\infty)$ C. $[-1, 2]$ D. $[-1, 2)$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

9. $27^{\frac{2}{3}} + 16^{\frac{1}{2}} - (\frac{1}{2})^{-2} - (\frac{8}{27})^{\frac{2}{3}} = \underline{\quad 3 \quad}$.

10. 已知函数 $f(x) = x^2 + (m+2)x + 3$ 是偶函数, 则 $m = \underline{-2}$.

11. 已知 $f(x) = \frac{x^2}{1+x^2}$, 那么 $f(1) + f(2) + f(\frac{1}{2}) + f(3) + f(\frac{1}{3}) + f(4) + f(\frac{1}{4}) = \underline{-\frac{7}{2}}$.

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & (x > 0) \\ x^2 + 4x - 2, & (x \leq 0) \end{cases}$, 则满足 $f(x) = 3$ 的 x 的值为 1 或 -5.

13. 若函数 $y = x^2 - 3x - 4$ 的定义域为 $[0, m]$, 值域为 $[-\frac{25}{4}, -4]$, 则 m 的取值范围是 $[\frac{3}{2}, 3]$.

14. 已知函数 $f(x) = \sqrt{(1-a^2)x^2 + 3(1-a)x + 6}$, 若 $f(x)$ 定义域为 \mathbb{R} , 则实数 a 的取值范围 $a \in [-\frac{5}{11}, 1]$.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 80 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (本小题满分 12 分) 已知集合 $A = \{x | a-1 < x < 2a+1\}$, $B = \{x | 0 < x < 1\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

15. 解: $\because A \cap B = \emptyset$

(1) 当 $A = \emptyset$ 时, 有 $2a+1 \leq a-1 \Rightarrow a \leq -2$ -----4分

(2) 当 $A \neq \emptyset$ 时, 有 $2a+1 > a-1 \Rightarrow a > -2$ -----6分

又 $\because A \cap B = \emptyset$, 则有 $2a+1 \leq 0$ 或 $a-1 \geq 1 \Rightarrow a \leq -\frac{1}{2}$ 或 $a \geq 2$ -----9分

$\therefore -2 < a \leq -\frac{1}{2}$ 或 $a \geq 2$ -----10分

由以上可知 $a \leq -\frac{1}{2}$ 或 $a \geq 2$ -----12分

16. (本小题满分 12 分) (I) 画出函数 $y = x^2 - 2x - 3, x \in (-1, 4]$ 的图象;

(II) 讨论当 k 为何实数值时, 方程 $x^2 - 2x - 3 - k = 0$ 在 $(-1, 4]$ 上的解集为空集、单元集、两元素集?

16. 解: (I) 图象如右图所示, 其中不含点 $(-1, 0)$,

含点 $(4, 5)$. ----- (4分)

(II) 原方程的解与两个函数 $y = x^2 - 2x - 3$,

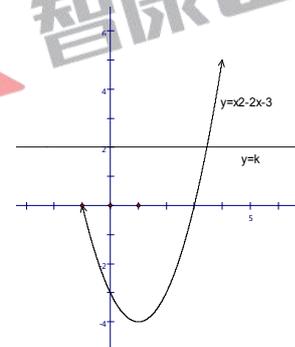
$x \in (-1, 4]$ 和 $y = k$ 的图象的交点构成一一对应.

易用图象关系进行观察.

当 $k < -4$ 或 $k > 5$ 时, 原方程在 $(-1, 4]$ 上的解集为空集;

当 $k = -4$ 或 $0 \leq k \leq 5$ 时, 原方程在 $(-1, 4]$ 上的解集为单元集;

当 $-4 < k < 0$ 时, 原方程在 $(-1, 4]$ 上的解集为两元素集. ----- (12分)



17 (本小题满分 14 分) 已知定义域为 $\{x \in \mathbb{R} | x \neq 0\}$ 的函数 $f(x)$ 满足: ①对于 $f(x)$ 定义

域内的任意实数 x , 都有 $f(-x) + f(x) = 0$; ②当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2$.

(1) 求 $f(x)$ 定义域上的解析式;

(2) 解不等式: $f(x) < x$.

17. 答案: (I) \because 对于 $f(x)$ 定义域内的任意实数 x , 都有 $f(-x) + f(x) = 0$,

$\therefore f(-x) = -f(x)$, 故 $f(x)$ 在其定义域为 $\{x \in \mathbb{R} | x \neq 0\}$ 内是奇函数

当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2$ 可以解得 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2 (x > 0) \\ 2 - x^2 (x < 0) \end{cases}$;7分

(II) \because 当 $x > 0$ 时, $x^2 - 2 < x$ 的解为 $0 < x < 2$;

当 $x < 0$ 时, $2 - x^2 < x$ 的解为 $x < -2$,

\therefore 不等式 $f(x) < x$ 的解集为 $\{x \mid 0 < x < 2 \text{ 或者 } x < -2\}$14 分

18. (本小题满分 14 分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{a} - \frac{1}{x} (a > 0, x > 0)$.

(1) 用单调性的定义证明函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调递增函数;

(2) 若 $f(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上的值域是 $[\frac{1}{2}, 2]$, 求 a 的值.

18 解: (1) 证明: 设 $x_2 > x_1 > 0$, 则 $x_2 - x_1 > 0, x_1 x_2 > 0$,

$$\therefore f(x_2) - f(x_1) = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{x_2}\right) - \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{x_1}\right) = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2} > 0,$$

$\therefore f(x_2) > f(x_1), \therefore f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调递增的.8 分

(2) $\therefore f(x)$ 在 $[\frac{1}{2}, 2]$ 上单调递增,

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}, f(2) = 2, \text{ 易得 } a = \frac{2}{5}. \quad \text{.....14 分}$$

19. (本小题满分 14 分) 已知 $f(x)$ 对于任意实数 x, y 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y)$, 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$.

(1) 求 $f(0)$ 并判断 $f(x)$ 的奇偶性;

(2) 判断 $f(x)$ 的单调性, 并用定义加以证明;

19. 解: (1) 令 $x = y = 0$, 得 $f(0) = f(0) + f(0)$

$$\therefore f(0) = 0$$

$$\text{令 } y = -x, \text{ 得 } f(0) = f(x) + f(-x) = 0$$

$$\therefore f(x) = -f(-x) \quad \therefore f(x) \text{ 是奇函数} \quad \text{.....6 分}$$

(2) 函数 $f(x)$ 在 R 上是增函数.

证明如下:

设 $x_1, x_2 \in R, x_1 < x_2, \therefore x_2 - x_1 > 0$, 由已知可得 $f(x_2 - x_1) > 0$

$$\therefore f(x_2) - f(x_1) = f[x_1 + (x_2 - x_1)] - f(x_1) = f(x_1) + f(x_2 - x_1) - f(x_1) = f(x_2 - x_1) > 0$$

(或由 (1) 得 $f(x_2) - f(x_1) = f(x_2) + f(-x_1) = f(x_2 - x_1) > 0$)

$$\therefore f(x) \text{ 在 } R \text{ 上是增函数.} \quad \text{.....14 分}$$

20. (本小题满分 14 分) 已知函数 $f(x) = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的定义域并判断函数的奇偶性;

(2) 设 $F(x) = m\sqrt{1-x^2} + f(x)$, 若记 $f(x) = t$, 求函数 $F(x)$ 的最大值的表达式 $g(m)$;

20. 解: (1) 函数 $f(x)$ 有意义, 须满足 $\begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases}$, 得 $-1 \leq x \leq 1$, 故函数定义域是 $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$ 2 分

因为函数定义域关于原点对称, 且 $f(-x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x} = f(x)$, 所以函数 $f(x)$ 是偶函数。..... 4 分

(2) 设 $f(x) = t$, 则 $\sqrt{1-x^2} = \frac{1}{2}t^2 - 1$, $\therefore [f(x)]^2 = 2 + 2\sqrt{1-x^2}$, $0 \leq \sqrt{1-x^2} \leq 1$

$\therefore 2 \leq [f(x)]^2 \leq 4$, $\therefore f(x) \geq 0$, $\therefore \sqrt{2} \leq f(x) \leq 2$, 即函数 $f(x)$ 的值域为 $[\sqrt{2}, 2]$,

即 $t \in [\sqrt{2}, 2]$

$\therefore F(x) = m(\frac{1}{2}t^2 - 1) + t = \frac{1}{2}mt^2 + t - m$, $t \in [\sqrt{2}, 2]$

令 $h(t) = \frac{1}{2}mt^2 + t - m$ \therefore 抛物线 $y = h(t)$ 的对称轴为 $t = -\frac{1}{m}$

① 当 $m > 0$ 时, $-\frac{1}{m} < 0$, 函数 $y = h(t)$ 在 $[\sqrt{2}, 2]$ 上单调递增, $\therefore g(m) = h(2) = m + 2$;

② 当 $m = 0$ 时, $h(t) = t$, $g(m) = 2$

③ 当 $m < 0$ 时, $-\frac{1}{m} > 0$, 若 $0 < -\frac{1}{m} \leq \sqrt{2}$, 即 $m \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, 函数 $y = h(t)$ 在 $[\sqrt{2}, 2]$ 上单调递减, $\therefore g(m) = h(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$;

若 $\sqrt{2} < -\frac{1}{m} \leq 2$, 即 $-\frac{\sqrt{2}}{2} < m \leq -\frac{1}{2}$ 时, $g(m) = h(-\frac{1}{m}) = -m - \frac{1}{2m}$;

若 $-\frac{1}{m} > 2$, 即 $-\frac{1}{2} < m < 0$ 时, 函数 $y = h(t)$ 在 $[\sqrt{2}, 2]$ 上单调递增, \therefore

$g(m) = h(2) = m + 2$;

综上所述得 $g(m) = \begin{cases} m + 2, (m > -\frac{1}{2}) \\ -m - \frac{1}{2m}, (-\frac{\sqrt{2}}{2} < m \leq -\frac{1}{2}) \\ \sqrt{2}, (m \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}) \end{cases}$

..... 14 分



深圳智康-初中家长群
扫一扫二维码，加入该群。

更多期中试题尽在初中群，快来扫一扫吧>>>

2016年秋季第一学期期中考试复习直播课安排

直播渠道	直播时间	年级	科目	讲师	课程重点
深圳初中群 90482695	2016/10/21 19:00-20:00	初一	语文	苏婧	病句、阅读、作文高分要点
	2016/10/26 19:00-20:00	初一	数学	郭雯霖	有理数、整式及其加减
	2016/10/20 19:00-20:00	初二	语文	赵硕	散文阅读和作文
	2016/10/22 19:00-20:00	初二	数学	鄢春利	勾股定理、实数、一次函数
	2016/10/23 19:30-20:30	初二	英语	张昊	形容词、副词（语法填空技巧）
	2016/10/27 19:00-20:00	初二	物理	程中奇	机械运动、声音与物态变化
2017中考群 293049985	2016/10/20 19:00-20:00	初三	语文	刘英	短语、单句、复句、名著导读（九上）
	2016/10/21 19:00-20:00	初三	化学	于贺楠	前三章知识汇总
	2016/10/23 19:00-20:00	初三	英语	段志华	期中重难点词组串讲
	2016/10/26 19:00-20:00	初三	物理	王九龄	欧姆定律
	2016/10/27 19:00-20:00	初三	数学	郅杨	反比例函数

