**回归分析的基本思想及其初步应用知识点总结-高中数学选修2-3第三章**

**一．线性回归方程的确定**

如果一组具有相关关系的数据学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！　作出散点图大致学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！分布在一条直线附近,那么我们称这样的变量之间的关系为线性相关关系(也称一元线性相关),这条直线就是回归直线,记为学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！．

那么如何学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！求得参数学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！使得各点与此直线的学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！距离的平方和为最小,即如何求得线性回归方程呢?

在所求回归直线方程学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！中,当学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！取学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！时，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！与实际收集到的数据学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！之间的偏差为学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！,偏差的平方为学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！(学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！如图1).

　 即学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 来刻画出学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！个点与回归直线在整体上的偏差的平方和,显然Q取最小值时的学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的值就是我们所求的:

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

　 其中学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！为样本数据,学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！为样本平均数，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！称为样本点中心，且所求线性回归直线经过样本点中心（如图2所示）．

当回归直线斜率学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！时,为学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！线性正相关, 学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！时为线性负相关.

应注意,这个最小距离不是通常所指的各数据的点学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！到直线的距离,而是各数据点学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！沿平行y轴方向到直线的距离（如图1所示）．









y



















图1

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

















y









图2

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

对于上面参数学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的求法原理及方法是简单的,但是运算量较大,需要将学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！展开,再合并,然后配方整理,从而求得学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！.　[来源:]

例如,当学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！取怎样实数时, 学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的值为最小,显然当学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！时最小值为学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！,像这样配方求最值的方法是经常用到的, 线性回归方程学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！中的参数学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！就是这样求出的.

　教材中用了添项法较为学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！简捷的求出了截距学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！和斜率学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！分别是使学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！取最小值时学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的值．

求得学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的值，请同学们体会其解法．

　　　线性回归方程的确定是进行回归分析的基础．

二．回归分析：是对具有相关关系的两个变量进行统计分析的一种常用方法．

１．线性相关关系的强弱

两个学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！变量之间线性相关关系的样本相关系数学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！衡量线性相性关系的强弱，由于分子与斜率学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的分子一样，因此，当学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！时，两个变量正相关；当学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！时两个变量负相关．当学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的绝对值接近１，表明两个变量的线性相关性很强；当学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的绝对值接近０，表明两个变量之间几乎不存在线性相关关系．规定当学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！时，我们认为两个变量有很强的线性相关关系．

２．解释变量与随机误差对预报精度的影响以及残差分析

（1）有关概念

线性回归模型学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

图3













y

















其中学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！和学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！为模型的未知参数；[来源:]

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！称为解释变量，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！称为预报变量；

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！是学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！与学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！之间的误差，

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！叫随机误差。

随机误差的估计值为

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！称为相应于样本点学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的残差（如图３）．

（2）随机误差的方差估计值学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！衡量回归方程的预报学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！精度

由于随机误差的均值学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！＝0，

因此，可以用随机误差的方差估计值学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！＝学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！　（其中学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，残差平方和为学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！）衡量回归方程的预报精度，显然学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！越小，预报精度越高。

（3）通过残差分析判断模型拟合效果

　由学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！计算出残差学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，…，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，然后选取横坐标为编号、或解释变量或预学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！报变量，纵坐标为残差作出残差图．通过图形分析，如果样本点的残差较大，就要分析样本数据的采集是否有错误；另一方面，可以通过残差点分布的水平带状区域的宽窄，说明模型拟合效果，反映回归方程的预报精度．

　　　　　3．相关指数学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！反应模型的拟合效果[来源:学§科§网]

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！＝学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 　（1）变量理解：

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！为总偏差平方学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！和，表示解释变量和随机误差产生的总的效应；

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！为残差平方和，表示了随机误差效应；

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，表示了解释变量效应．

（２）模型拟合效果

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，反映了随机误差对预报变量（总效应）的贡献率；

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！反映了解释变量对预报变量（总效应）的贡献率； 因此，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！越接近１（即学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！越接近0），表示回归的效果越好，

　　　　　即解释变量和预报变量的线性相关性越强．

　　　　三．非线性回归的问题转化为线性回归问题

　　　　　（1）作散点图确定曲线模型



图4













根据收集的数据作散点图（如图４），

　　　　可见两个变量不呈线性相关关系．而是

分布在学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！某一条指数函数曲线学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的[来源:]

周围，也可以认为样本点集中在某二次

曲线学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的附近．

　（2）非线性转化为线性[来源:][来源:][来源:]

这时通过对数变换把指数关系学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！[来源:学\*科\*网]

变为线性关系学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！；通过换元把二次学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！函数学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！关系变换为

线性关系学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！．　在这两种情况下就可以利用线性回归模型，建立学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！和学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！之间的非线性回归方程了．

（3）比较两种模型的拟合效果

对于给定的样本点学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

　　ⅰ可以通过转换后的对应数表作散点图来确定线性回归的拟合情况，判断选用哪一种曲线模型较为合适；

ⅱ可以通过原始数据及学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！和学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！之间的非线性回归方程列出残差对比分析表，一

般通过残差平方和比较两种模型的拟合效果，显然残差平方和较小的拟合效果较好；

ⅲ还可以用学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！来比较两个模型的拟合效果，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！越大（越接近１）学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，拟合效果越好。