**正态分布题库及答案-高中数学选修2-3第二章**

****

一、选择题

1．(2013·河南安阳中学高二期中)已知随机变量*ξ*服从正态分布*N*(3，*σ*2)，则*P*(*ξ*<3)等于(　　)

A．　　 B．

C．　　 D．

[答案]　D

[解析]　∵*ξ*～*N*(3，*σ*2)，∴*ξ*＝3为正态分布的对称轴，∴*P*(*ξ*<3)＝.

2．(2013·吉林白山一中高二期末)设随机变量*ξ*服从正态分布*N*(2,9)，若*P*(*ξ*>*c*＋1)＝*P*(*ξ*<*c*－1)，则*c*＝(　　)

A．1 B．2

C．3 D．4

[答案]　B

[解析]　由正态分布的性质及条件*P*(*ξ*>*c*＋1)＝*P*(*ξ*<*c*－1)得，(*c*＋1)＋(*c*－1)＝2×2，∴*c*＝2.

3．已知一次考试共有60名同学参加，考生的成绩*X*～*N*(110,52)，据此估计，大约应有57人的分数在下列哪个区间内(　　)

A．(90,110] B．(95,125]

C．(100,120] D．(105,115]

[答案]　C

[解析]　由于*X*～*N*(110,52)，∴*μ*＝110，*σ*＝5.

因此考试成绩在区间(105,115]，(100,120]，(95,125]上的概率分别应是0.6826,0.9544,0.9974.

由于一共有60人参加考试，

∴成绩位于上述三个区间的人数分别是：

60×0.6826≈41人，60×0.9544≈57人，

60×0.9974≈60人．

4．工人制造的零件尺寸在正常情况下服从正态分布*N*(*μ*，*σ*2)，在一次正常的试验中，取1 000个零件，不属于(*μ*－3*σ*，*μ*＋3*σ*)这个尺寸范围的零件个数可能为(　　)

A．7 B．10

C．3 D．6

[答案]　C

[解析]　∵*P*(*μ*－3*σ*≤*ξ*≤*μ*＋3*σ*)＝0.9974，

∴不属于区间(*μ*－3*σ*，*μ*－3*σ*)内的零点个数约为1000×(1－0.9974)＝2.6≈3个．

5．(2014·哈师大附中高二期中)已知随机变量*ξ*服从正态分布*N*(1,4)，则*P*(－3<*ξ*<5)＝(　　)

(参考数据：*P*(*μ*－*σ*<*ξ*<*μ*＋*σ*)＝0.6826，*P*(*μ*－2*σ*<*ξ*<*μ*＋2*σ*)＝0.9544，*P*(*μ*－3*σ*<*ξ*<*μ*＋3*σ*)＝0.9974)

A．0.6826 B．0.9544

C．0.0026 D．0.9974

[答案]　B

[解析]　由*ξ*～*N*(1,4)知，*μ*＝1，*σ*＝2，∴*μ*－2*σ*＝－3，*μ*＋2*σ*＝5，∴*P*(－3<*ξ*<5)＝*P*(*μ*－2*σ*<*ξ*<*μ*＋2*σ*)＝0.9544，故选B.

6．以*Φ*(*x*)表示标准正态总体在区间(－∞，*x*)内取值的概率，若随机变量*ξ*服从正态分布*N*(*μ*，*σ*2)，则概率*P*(|*ξ*－*μ*|<*σ*)等于(　　)

A．*Φ*(*μ*＋*σ*)－*Φ*(*μ*－*σ*) B．*Φ*(1)－*Φ*(－1)

C．*Φ* D．2*Φ*(*μ*＋*σ*)

[答案]　B

[解析]　设*η*＝，则*P*(|*ξ*－*μ*|<*σ*)＝*P*(|*η*|<1)

＝*P*(－1<*η*<1)＝*Φ*(1)－*Φ*(－1)．

[点评]　一般正态分布*N*(*μ*，*σ*2)可向标准正态分布*N*(0,1)转化．

二、填空题

7．正态变量的概率密度函数*f*(*x*)＝e－，*x*∈**R**的图象关于直线\_\_\_\_\_\_\_\_对称，*f*(*x*)的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]　*x*＝3

8．已知正态总体的数据落在区间(－3，－1)里的概率和落在区间(3,5)里的概率相等，那么这个正态总体的数学期望为\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]　1

[解析]　正态总体的数据落在这两个区间里的概率相等，说明在这两个区间上位于正态曲线下方的面积相等．另外，因为区间(－3，－1)和区间(3,5)的长度相等，说明正态曲线在这两个区间上是对称的．

∵区间(－3，－1)和区间(3,5)关于直线*x*＝1对称，所以正态分布的数学期望是1.

9．(2013·景德镇市高二期末)已知随机变量*ξ*服从正态分布*N*(2，*σ*2)，且*P*(*ξ*<4)＝0.8，则*P*(0<*ξ*<2)等于\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]　0.3

[解析]　∵*ξ*～*N*(2，*σ*2)，∴*P*(*ξ*≥4)＝1－*P*(*ξ*<4)＝0.2.∴*P*(0<*ξ*<2)＝*P*(0<*ξ*<4)＝×[1－2*P*(*ξ*≥4)]＝×[1－2×0.2]＝0.3.

三、解答题

10．若一个正态分布的概率密度函数是一个偶函数，且该函数的最大值等于.求该正态分布的概率密度函数的解析式．

[解析]　由于该正态分布的概率密度函数是一个偶函数，所以其图象即正态曲线关于*y*轴对称，即*μ*＝0.而正态密度函数的最大值是，所以＝，因此*σ*＝4，故该正态分布的概率密度函数的解析式是*φμ*，*σ*(*x*)＝*e*－，*x*∈(－∞，＋∞)．

****

一、选择题

11．已知随机变量*X*～*N*(3,22)，若*X*＝2*η*＋3，则*D*(*η*)等于(　　)

A．0 B．1

C．2 D．4

[答案]　B

[解析]　由*X*＝2*η*＋3，得*D*(*X*)＝4*D*(*η*)，而*D*(*X*)＝22＝4，∴*D*(*η*)＝1.

12．某市进行一次高三教学质量抽样检测，考试后统计的所有考生的数学成绩服从正态分布．已知数学成绩平均分为90分，60分以下的人数占10%，则数学成绩在90分至120分之间的考生人数所占百分比约为(　　)

A．10% B．20%

C．30% D．40%

[答案]　D

[解析]　由条件知*μ*＝90，*P*(*ξ*<60)＝0.1，

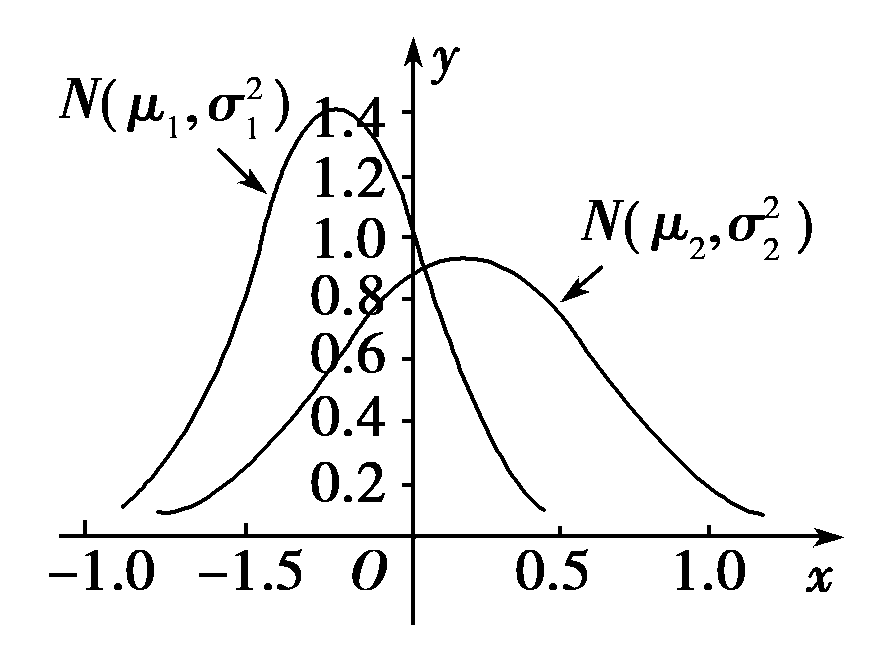
∴*P*(*ξ*>120)＝0.1，

∴*P*(90≤*ξ*<120)＝[1－2*P*(*ξ*<60)]

＝×(1－0.2)＝0.4，故选D.

[点评]　解决正态分布问题，一定要注意抓住其对称轴，若*ξ*～*N*(*μ*，*σ*2)，则对称轴*ξ*＝*μ*.

13．设两个正态分布*N*(*μ*1，*σ*)(*σ*1>0)和*N*(*μ*2，*σ*)(*σ*2>0)的密度函数图象如图所示，则有(　　)



A．*μ*1<*μ*2，*σ*1<*σ*2 B．*μ*1<*μ*2，*σ*1>*σ*2

C．*μ*1>*μ*2，*σ*1<*σ*2 D．*μ*1>*μ*2，*σ*1>*σ*2

[答案]　A

[解析]　根据正态分布的性质：对称轴方程*x*＝*μ*，*σ*表示总体分布的分散与集中．由图可知选A.

二、填空题

14．随机变量*ξ*～*N*(1,42)，若*η*＝4－3*ξ*，则*E*(*η*)＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

[答案]　1

[解析]　由条件知*E*(*ξ*)＝1，*E*(*η*)＝4－3*E*(*ξ*)＝1.

15．某厂生产的零件尺寸服从正态分布*N*(25,0.032)，为使该厂生产的产品有95%以上的合格率，则该厂生产的零件尺寸允许值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]　(24.94,25.06)

[解析]　正态总体*N*(25,0.032)在区间(25－2×0.03，25＋2×0.03)内取值的概率在95%以上，故该厂生产的零件尺寸允许值范围为(24.94,25.06)．

三、解答题

16．某个工厂的工人月收入服从正态分布*N*(500,202)，该工厂共有1200名工人，试估计月收入在440元以下和560元以上的工人大约有多少？

[解析]　设该工厂工人的月收入为*ξ*，则*ξ*～*N*(500,202)，所以*μ*＝500，*σ*＝20，

所以月收入在区间(500－3×20,500＋3×20)内取值的概率是0.9974，该区间即(440,560)．

因此月收入在440元以下和560元以上的工人大约有1200×(1－0.9974)＝1200×0.0026≈3(人)．

17．实验中学的三名学生甲、乙、丙参加某大学自主招生考核测试，在本次考核中只有合格和优秀两个等次，若考核为合格，则授予10分降分资格；考核优秀，授予20分降分资格．假设甲、乙、丙考核为优秀的概率分别为、、，他们考核所得的等次相互独立．

(1)求在这次考核中，甲、乙、丙三名同学中至少有一名考核为优秀的概率．

(2)记在这次考核中甲、乙、丙三名同学所得降分之和为随机变量*ξ*，求随机变量*ξ*的分布列和数学期望*E*(*ξ*)．

[解析]　(1)记“甲考核为优秀”为事件*A*，“乙考核为优秀”为事件*B*，“丙考核为优秀”为事件*C*，“甲、乙、丙至少有一名考核为优秀”为事件*E*.

则事件*A*、*B*、*C*是相互独立事件，事件 与事件*E*是对立事件，于是*P*(*E*)＝1－*P*( )＝1－××＝.

(2)*ξ*的所有可能取值为30、40、50、60.

*P*(*ξ*＝30)＝*P*( )＝××＝，

*P*(*ξ*＝40)＝*P*(*A* )＋*P*(*B*)＋*P*( *C*)＝××＋××＋××＝，

*P*(*ξ*＝50)＝*P*(*AB*)＋*P*(*AC*)＋*P*(*BC*)＝，

*P*(*ξ*＝60)＝*P*(*ABC*)＝.

所以*ξ*的分布列为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *ξ* | 30 | 40 | 50 | 60 |
| *P* |  |  |  |  |

*E*(*ξ*)＝30×＋40×＋50×＋60×＝.