**正态分布知识点总结-高中数学选修2-3第二章**

**复习引入：**

总体密度曲线:样本容量越大，所分组数越多，各组的频率就越接近于总体在相应大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！各组取值的概率．设想样本容量无限增大，分组的组距无限缩小，那么频率分布直方图就会无限接近于一条光滑曲线,这条曲线叫做总体密度曲线．

大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

它反映了总体在各个范围内取值的概率．根据这条曲线，可求出总体在区间(*a*，*b*)内取值的概率等于总体密度曲线，直线*x*=*a*，大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！*x*=*b*及*x*轴所围大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！图形的面积．

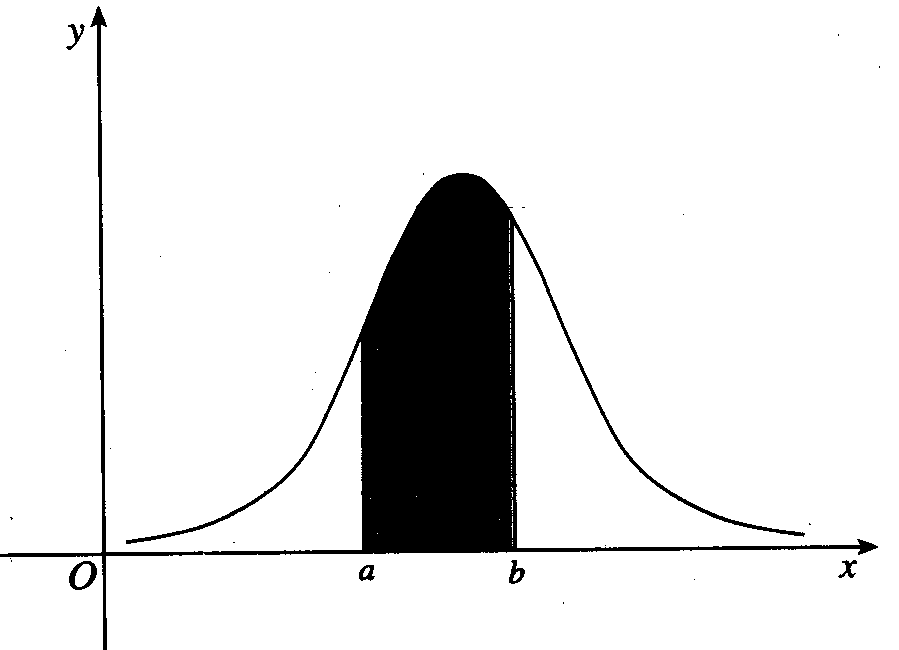
观察总体密度曲线的形状，它具有“两头低，中间高，左右对称”的特征，具有这种特征的总体密度曲线一般可用下面函数的图象来表示或近似表示：



式中的实数、是参数，分别表示总体的平均数与标准差，的图象为正态分布密度曲线,简称**正态曲线**．

**讲解新课：**

****

****

一般地，如果对于任何实数，随机变量X满足

,

则称 X 的分布为正态分布（normal distribution ) ．正态分布完全由参数和确定，因此正态分布常记作．如果随机变量 X 服从正态分布，则记为X～.

经验表明，一个随机变量如果是众多的、互不相干的、不分主次的偶然因素作用结果之和，它就服从或近似服从正态分布．例如，高尔顿板试验中，小球在下落过程中要与众多小木块发生碰撞，每次碰撞的结果使得小球随机地向左或向右下落，因此小球第1次与高尔顿板底部接触时的坐标 X 是众多随机碰撞的结果，所以它近似服从正态分布．在现实生活中，很多随机变量都服从或近似地服从正态分布．例如长度测量误差；某一地区同年龄人群的身高、体重、肺活量等；一定条件下生长的小麦的株高、穗长、单位面积产量等；正常生产条件下各种产品的质量指标（如零件的尺寸、纤维的纤度、电容器的电容量、电子管的使用寿命等）；某地每年七月份的平均气温、平均湿度、降雨量等；一般都服从正态分布．因此，正态分布大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！广泛存在于自然现象、生产和生活实际之中．正态分布在概率和统计中占有重要的地位．

**说大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！明**:1参数大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！是反映随机变量取值的平均水平的特征数，可以用样本均值去佑计；是衡量随机变量总体波动大小的特征数，可以用样本标准差去估计．

2.早在 1733 年，法国数学家棣莫弗就用n！的近似公式得到了正态分布．之后，德国数学家高斯在研究测量误差时从另一个角度导出了它，并研究了它的性质，因此，人们也称正态分布为高斯分布．

2．正态分布）是由均值μ和标准差σ唯一决定的分布

通过固定其中一个值，讨论均值与标准差对于正态曲线的影响 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

3．通过对三组正态曲线分析，得出正态曲线具有的基本特征是两头底、中间高、左右对称 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！正态曲线的作图，书中没有做要求，教师也不必补上 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！讲课时教师可以应用几何画板，形象、美观地画出三条正态曲线的图形，结合前面均值与标准差对图形的影响，引导学生观察总结正态曲线的性质 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

4．正态曲线的性质：

（1）曲线在x轴的上方，与x轴不相交 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

（2）曲线关于直线x=μ对称 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

（3）当x=μ时，曲线位于最高点 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

（4）当x＜μ时，曲线上升（增函数）；当x＞μ时，曲线下降（减函数） 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！并且当曲线向左、右两边无限延伸时，以x轴为渐近线，向它无限靠近 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

（5）μ一定时，曲线的形状由σ确定 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

σ越大，曲线越“矮胖”，总体分布越分散；

σ越小．曲线越“瘦高”．总体分布越集中：

五条性质中前三条学生较易掌握，后两条较难理解，因此在讲授时应运用数形结合的原则，采用对比教学 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

5．标准正态曲线:当μ=0、σ=l时，正态总体称为标准正态总体，其相应的函数表示式是，（-∞＜x＜+∞）

其相应的曲线称为标准正态曲线 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

标准正态总体N（0，1）在正态总体的研究中占有重要的地位 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！任何正态分布的概率问题均可转化成标准正态分布的概率问题 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

**讲解范例：**

**例1**．给出下列三个正态总体的函数表达式，请找出其均值μ和标准差σ 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

（１）

（２）

（３）

答案：(1)0，1；(2)1，2；(3)-1，0.5

**例2**求标准正态总体在（-1，2）内取值的概率．

解：利用等式有



==0.9772＋0.8413－1=0.8151．

**1.**标准正态总体的概率问题:

大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

对于标准正态总体N（0，1），是总体取值小于的概率，

即 ，

其中，图中阴影部分的面积表示为概率 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！只要有标准正态分布表即可查表解决.从图中不难发现:当时，；而当时，Φ（0）=0.5 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

2.标准正态分布表

标准正态总体在正态总体的研究中有非常重要的地位，为此专门制作了“标准正态分布表”．在这个表中，对应于的值是指总体取值小于的概率，即 ，．

若，则．

利用标准正态分布表，可以求出标准正态总体在任意区间内取值的概率，即直线，与正大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！态曲线、*x*轴所围成的曲边梯形的面积．

3．非标准正态总体在某区间内取值的概率:可以通过转化成标准正态总体，然后查标准正态分布表即可 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！在这里重点掌握如何转化 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！首先要掌握正态总体的均值和标准差，然后进行相应的转化大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

4.小概率事件的含义

发生概率一般不超过5％的事件，即事件在一次试验中几乎不可能发生 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

假设检验方法的基本思想:首先，假设总体应是或近似为正态总体，然后，依照小概率事件几乎不可能在一次试验中发生的原理对试验结果进行分析 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

假设检验方法的操作程序，即“三步曲”

一是提出统计假设，教科书中的统计假设总体是正态总体；

二是确定一次试验中的a值是否落入(μ-3σ，μ+3σ)；

三是作出判断 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

**讲解范例：**

**例1**. 若*x*～*N*(0,1),求(l)*P*(-2.32<*x*<1.2)；(2)*P*(*x*>2).

解：(1)*P*(-2.32<*x*<1.2)=Φ(1.2)-Φ(-2.32)

　　 　=Φ(1.2)-[1-Φ(2.32)]=0.8849-(1-0.9898)=0.8747.

(2)*P*(*x*>2)=1-*P*(*x*<2)=1-Φ(2)=l-0.9772=0.0228. 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

**例2．**利用标准正态分布表，求标准正态总体在下面区间取值的概率：

(1)在N(1,4)下，求 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

（2）在N大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！（μ，σ2）下，求Ｆ（μ－σ，μ＋σ）；

Ｆ（μ－1.84σ，μ＋1.84σ）；Ｆ（μ－2σ，μ＋2σ）；

Ｆ（μ－3σ，μ＋3σ）

解：（１）＝＝Φ（1）＝0.8413

（２）Ｆ（μ＋σ）＝＝Φ（1）＝0.8413

Ｆ（μ－σ）＝＝Φ（－1）＝大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！１－Φ（1）＝１－0.8413＝0.1587

Ｆ（μ－σ，μ＋σ）＝Ｆ（μ＋σ）－Ｆ（μ－σ）＝0.8413－0.1587＝0.6826

Ｆ（μ－1.84σ，μ＋1.84σ）＝Ｆ（μ＋1.84σ）－Ｆ（μ－1.84σ）＝0.9342

Ｆ（μ－2σ，μ＋2σ）＝Ｆ（μ＋2σ）－Ｆ（μ－2σ）＝0.954

Ｆ（μ－3σ，μ＋3σ）＝Ｆ（μ＋3σ）－Ｆ（μ－3σ）＝0.997

对于正态总体取值的概率：

大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

在区间（μ-σ，μ+σ）、（μ-2σ，μ+2σ）、（μ-3σ，μ+3σ）内取值的概率分别为68.3%、95.4%、99.7% 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！因此我们时常只在区间（μ-3σ，μ+3σ）内研究正态总体分布情况，而忽略其中很小的一部分 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

**例3．**某正态总体函数的概率密度函数是偶函数，而且该函数的最大值为，求总体落入区间（－1.2，0.2）之间的概率 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

解：正态分布的概率密度函数是，它是偶函数，说明μ＝0，的最大值为＝，所以σ＝1，这个正态分布就是标准正态分布 大榕树数学教研网（http://www.shuxue.net/）可能是全国最大的数学教研网！！

