**正态分布考点-高中数学选修2-3第二章**

考向一　正态曲线的性质

【例1】►若一个正态分布的概率密度函数是一个偶函数，且该函数的最大值为 .

(1)求该正态分布的概率密度函数的解析式；

(2)求正态总体在(－4,4]的概率．

[审题视点] 要确定一个正态分布的概率密度函数的解析式，关键是求解析式中的两个参数*μ*，*σ*的值，其中*μ*决定曲线的对称轴的位置，*σ*则与曲线的形状和最大值有关．

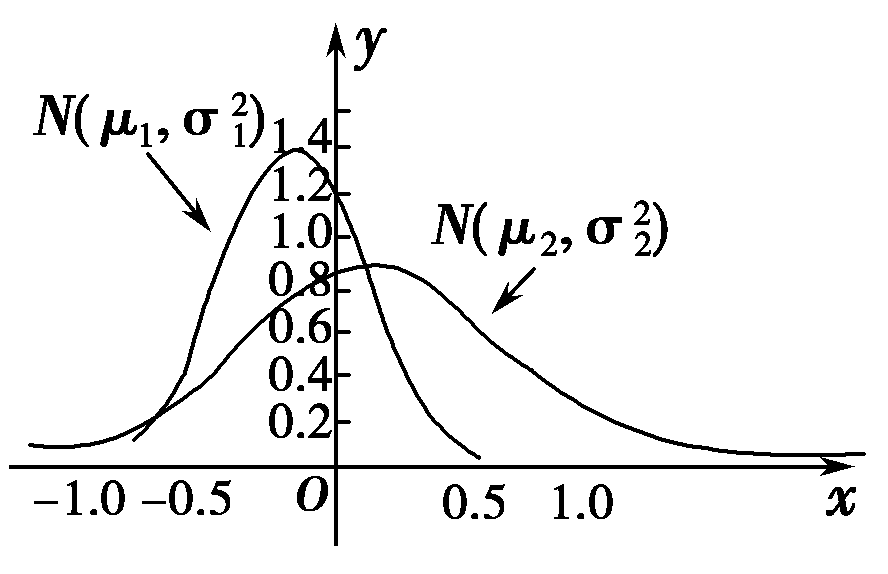
解　(1)由于该正态分布的概率密度函数是一个偶函数，所以其图象关于*y*轴对称，即*μ*＝0.由＝，得*σ*＝4，故该正态分布的概率密度函数的解析式是

*φμ*，*σ*(*x*)＝e－，*x*∈(－∞，＋∞)．

(2)*P*(－4<*X*≤4)＝*P*(0－4<*X*≤0＋4)

＝*P*(*μ*－*σ*<*X*≤*μ*＋*σ*)＝0.682 6.

 解决此类问题的关键是正确理解函数解析式与正态曲线的关系，掌握函数解析式中参数的取值变化对曲线的影响．



【训练1】 设两个正态分布*N*(*μ*1，*σ*)(*σ*1＞0)和*N*(*μ*2，*σ*)(*σ*2＞0)的密度函数图象如图所示，则有(　　)．

A．*μ*1＜*μ*2，*σ*1＜*σ*2

B．*μ*1＜*μ*2，*σ*1＞*σ*2

C．*μ*1＞*μ*2，*σ*1＜*σ*2

D．*μ*1＞*μ*2，*σ*1＞*σ*2

解析　根据正态分布*N*(*μ*，*σ*2)函数的性质：正态分布曲线是一条关于直线*x*＝*μ*对称，在*x*＝*μ*处取得最大值的连续钟形曲线；*σ*越大，曲线的最高点越低且较平缓；反过来，*σ*越小，曲线的最高点越高且较陡峭，故选A.

答案　A

考向二　服从正态分布的概率计算

【例2】►设*X*～*N*(1,22)，试求

(1)*P*(－1<*X*≤3)；

(2)*P*(3<*X*≤5)；

(3)*P*(*X*≥5)．

[审题视点] 将所求概率转化到(*μ*－*σ*，*μ*＋*σ*]．(*μ*－2*σ*，*μ*＋2*σ*]或[*μ*－3*σ*，*μ*＋3*σ*]上的概率，并利用正态密度曲线的对称性求解．

解　∵*X*～*N*(1,22)，∴*μ*＝1，*σ*＝2.

(1)*P*(－1<*X*≤3)＝*P*(1－2<*X*≤1＋2)

＝*P*(*μ*－*σ*<*X*≤*μ*＋*σ*)＝0.682 6.

(2)∵*P*(3<*X*≤5)＝*P*(－3<*X*≤－1)，

∴*P*(3<*X*≤5)＝[*P*(－3<*X*≤5)－*P*(－1<*X*≤3)]

＝[*P*(1－4<*X*≤1＋4)－*P*(1－2<*X*≤1＋2)]

＝[*P*(*μ*－2*σ*<*X*≤*μ*＋2*σ*)－*P*(*μ*－*σ*<*X*≤*μ*＋*σ*)]

＝×(0.954 4－0.682 6)

＝0.135 9.

(3)∵*P*(*X*≥5)＝*P*(*X*≤－3)，

∴*P*(*X*≥5)＝[1－*P*(－3<*X*≤5)]

＝[1－*P*(1－4<*X*≤1＋4)]

＝[1－*P*(*μ*－2*σ*<*X*≤*μ*＋2*σ*)]

＝×(1－0.954 4)＝0.022 8.

 求服从正态分布的随机变量在某个区间取值的概率，只需借助正态曲线的性质，把所求问题转化为已知概率的三个区间上．

【训练2】 随机变量*ξ*服从正态分布*N*(1，*σ*2)，已知*P*(*ξ*＜0)＝0.3，则*P*(*ξ*＜2)＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析　由题意可知，正态分布的图象关于直线*x*＝1对称，所以*P*(*ξ*＞2)＝*P*(*ξ*＜0)＝0.3，*P*(*ξ*＜2)＝1－0.3＝0.7.

答案　0.7

考向三　正态分布的应用

【例3】►2011年中国汽车销售量达到1 700万辆，汽车耗油量对汽车的销售有着非常重要的影响，各个汽车制造企业积极采用新技术降低耗油量，某汽车制造公司为调查某种型号的汽车的耗油情况，共抽查了1 200名车主，据统计该种型号的汽车的平均耗油为百公里8.0升，并且汽车的耗油量*ξ*服从正态分布*N*(8，*σ*2)，已知耗油量*ξ*∈[7,9]的概率为0.7，那么耗油量大于9升的汽车大约有\_\_\_\_\_\_\_\_辆．

[审题视点] 根据正态密度曲线的对称性求解．

解　由题意可知*ξ*～*N*(8，*σ*2)，故正态分布曲线以*μ*＝8为对称轴，又因为*P*(7≤*ξ*≤9)＝0.7，故*P*(7≤*ξ*≤9)＝2*P*(8≤*ξ*≤9)＝0.7，所以*P*(8≤*ξ*≤9)＝0.35，而*P*(*ξ*≥8)＝0.5，所以*P*(*ξ*＞9)＝0.15，故耗油量大于9升的汽车大约有1 200×0.15＝180辆．

 服从正态分布的随机变量在一个区间上的概率就是这个区间上，正态密度曲线和*x*轴之间的曲边梯形的面积，根据正态密度曲线的对称性，当*P*(*ξ*＞*x*1)＝*P*(*ξ*＜*x*2)时必然有＝*μ*，这是解决正态分布类试题的一个重要结论．

【训练3】 工厂制造的某机械零件尺寸*X*服从正态分布*N*，问在一次正常的试验中，取1 000个零件时，不属于区间(3,5]这个尺寸范围的零件大约有多少个？

解　∵*X*～*N*，∴*μ*＝4，*σ*＝.

∴不属于区间(3,5]的概率为

*P*(*X*≤3)＋*P*(*X*＞5)＝1－*P*(3＜*X*≤5)

＝1－*P*(4－1＜*X*≤4＋1)

＝1－*P*(*μ*－3*σ*＜*X*≤*μ*＋3*σ*)

＝1－0.997 4＝0.002 6≈0.003，

∴1 000×0.003＝3(个)，

即不属于区间(3,5]这个尺寸范围的零件大约有3个．