**正态分布难题-高中数学选修2-3第二章**

一、选择题

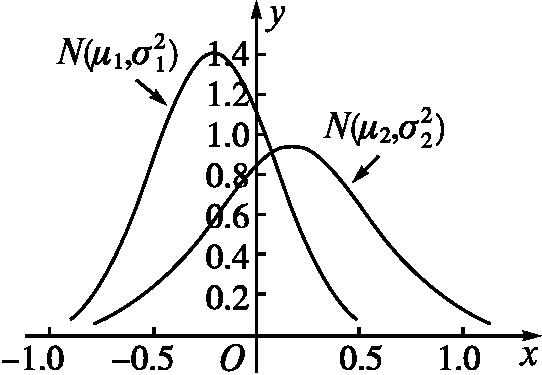
**1***.*设有一正态总体,它的概率密度曲线是函数*f*(*x*)的图象,且*f*(*x*)*=*φμ,σ(*x*)*=*,则这个正态总体的平均数与标准差分别是(　　)*.*

A.10与8B.10与2C.8与10D.2与10

答案:B

解析:由正态密度函数的定义可知,总体的均值μ*=*10,方差σ2*=*4,即σ*=*2*.*

**2***.*设两个正态分布*N*(μ1,)(σ1*>*0)和*N*(μ2,)(σ2*>*0)的密度函数图象如图所示,则有(　　)*.*

**

A.μ1*<*μ2,σ1*<*σ2B.μ1*<*μ2,σ1*>*σ2

C.μ1*>*μ2,σ1*<*σ2D.μ1*>*μ2,σ1*>*σ2

答案:A

解析:根据正态分布密度曲线的性质:正态分布密度曲线是一条关于直线*x=*μ对称,在*x=*μ处取得最大值的连续钟形曲线;σ越大,曲线越*“*矮胖*”*;σ越小,曲线越*“*瘦高*”*,结合图象可知μ1*<*μ2,σ1*<*σ2*.*故选A*.*

**3***.*已知随机变量*X*服从正态分布*N*(3,1),且*P*(2≤*X*≤4)*=*0*.*6826,则*P*(*X>*4)*=*(　　)*.*

A.0*.*1588B.0*.*1587

C.0*.*1586D.0*.*1585

答案:B

解析:*P*(*X>*4)*=*[1*-P*(2≤*X*≤4)]*=×*(1*-*0*.*6826)*=*0*.*1587*.*

**4***.*已知随机变量ξ服从正态分布*N*(3,4),则*E*(2ξ*+*1)与*D*(2ξ*+*1)的值分别为(　　)*.*

A.13,4B.13,8

C.7,8D.7,16

答案:D

解析:由已知*E*(ξ)*=*3,*D*(ξ)*=*4,得*E*(2ξ*+*1)*=*2*E*(ξ)*+*1*=*7,*D*(2ξ*+*1)*=*4*D*(ξ)*=*16*.*

**5***.*(2014河北高阳中学高三月考)已知随机变量ξ服从正态分布*N*(2,σ2),且*P*(ξ*<*4)*=*0*.*8,则*P*(0*<*ξ*<*2)等于(　　)*.*

A.0.6 B.0.4 C.0.3 D.0.2

答案:C

解析:*P*(ξ≥4)*=*1*-*0*.*8*=*0*.*2,*P*(ξ≤0)*=*0*.*2,*P*(0*<*ξ*<*2)*==*0*.*3*.*

**6***.*设随机变量*X*服从正态分布*N*(2,9),若*P*(*X>C+*1)*=P*(*X<C-*1),则*C=*(　　)*.*

A.1B.3C.2D.5

答案:C

解析:∵*X~N*(2,9),

∴*P*(*X>C+*1)*=P*(*X<*3*-C*)*.*

又*P*(*X>C+*1)*=P*(*X<C-*1),

∴3*-C=C-*1*.*∴*C=*2*.*

**7***.*某人从某城市的南郊乘公交车前往北区火车站,由于交通拥挤,所需时间(单位:min)服从*X~N*(50,102),则他在时间段(30,70]内赶到火车站的概率为(　　)*.*

A.0*.*6826B.0*.*9974

C.0*.*3174D.0*.*9544

答案:D

解析:∵*X~N*(50,102),μ*=*50,σ*=*10,

∴*P*(30*<X*≤70)*=P*(μ*-*2σ*<X*≤μ*+*2σ)*=*0*.*9544*.*

二、填空题

**8***.*(2014山东桓台一中月考)已知正态分布总体落在区间(*-*∞,0*.*3)的概率为0*.*5,那么相应的正态曲线*Φ*μ,σ(*x*)在*x=*　　　时达到最高点*.*

答案:0*.*3

解析:∵*P*(*X<*0*.*3)*=*0*.*5,

∴*P*(*X*≥0*.*3)*=*0*.*5,即*x=*0*.*3是正态曲线的对称轴,

∴当*x=*0*.*3时*Φ*μ,σ(*x*)达到最高点*.*

**9***.*设在一次数学考试中,某班学生的分数服从ξ*~N*(110,202),且知满分150分,这个班的学生共54人*.*则这个班在这次数学考试中及格(不小于90分)的人数和130分以上的人数的和约为　　　　　*.*

答案:54

解析:因为ξ*~N*(110,202),所以μ*=*110,σ*=*20,*P*(110*-*20*<*ξ≤110*+*20)*=*0*.*6826*.*

所以ξ*>*130的概率为(1*-*0*.*6826)*=*0*.*1587*.*

所以ξ≥90的概率为0*.*6826*+*0*.*1587*=*0*.*8413*.*

所以及格的人数为54*×*0*.*8413≈45,

130分以上的人数为54*×*0*.*1587≈9*.*

故所求的和约为45*+*9*=*54人*.*

**10***.*某班有50名学生,一次考试的成绩ξ(ξ∈**N**)近似服从正态分布*N*(100,102),已知*P*(90≤ξ≤100)*=*0*.*3,估计该班数学成绩在110分以上的人数为　　　　　*.*

答案:10

解析:考试的成绩ξ服从正态分布*N*(100,102),

∴考试的成绩ξ关于ξ*=*100对称*.*

∵*P*(90≤ξ≤100)*=*0*.*3,

∴*P*(100≤ξ≤110)*=*0*.*3*.*

∴*P*(ξ*>*110)*=*0*.*2*.*

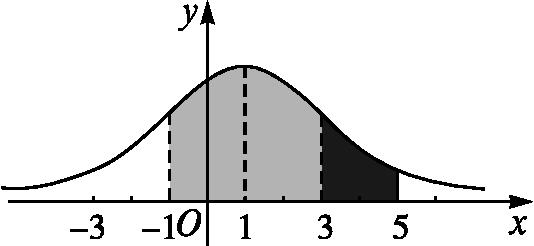
∴该班数学成绩在110分以上的人数约为0*.*2*×*50*=*10*.*

三、解答题

**11***.*设*X~N*(1,22),试求:

(1)*P*(*-*1*<X*≤3);(2)*P*(3*<X*≤5);(3)*P*(*X*≥5)*.*

解:因为*X~N*(1,22),所以μ*=*1,σ*=*2,如图*.*

**

(1)*P*(*-*1*<X*≤3)*=P*(1*-*2*<X*≤1*+*2)*=P*(μ*-*σ*<X*≤μ*+*σ)*=*0*.*6826*.*

(2)因为*P*(3*<X*≤5)*=P*(*-*3*<X*≤*-*1),

所以*P*(3*<X*≤5)*=*[*P*(*-*3*<X*≤5)*-P*(*-*1*<X*≤3)]

*=*[*P*(1*-*4*<X*≤1*+*4)*-P*(1*-*2*<X*≤1*+*2)]

*=*[*P*(μ*-*2σ*<X*≤μ*+*2σ)*-P*(μ*-*σ*<x*≤μ*+*σ)]

*=*(0*.*9544*-*0*.*6826)*=*0*.*1359*.*

(3)因为*P*(*X*≥5)*=P*(*X*≤*-*3),

所以*P*(*X*≥5)*=*[1*-P*(*-*3*<X*≤5)]

*=*[1*-P*(1*-*4*<X*≤1*+*4)]

*=*[1*-P*(μ*-*2σ*<X*≤μ*+*2σ)]

*=*(1*-*0*.*9544)

*=*0*.*0228*.*

**12***.*已知某种零件的尺寸*X*(单位:mm)服从正态分布,其正态曲线在(0,80)上是增函数,在(80,*+*∞)上是减函数,且*f*(80)*= .*

(1)求正态分布密度函数的解析式:

(2)估计尺寸在72mm~88 mm之间的零件大约占总数的百分之几*.*

解:(1)由于正态曲线在(0,80)上是增函数,在(80,*+*∞)上是减函数,

所以正态曲线关于直线*x=*80对称,且在*x=*80处取得最大值*.*

因此得μ*=*80,,所以σ*=*8*.*

故正态分布密度函数的解析式是*f*(*x*)*=.*

(2)由μ*=*80,σ*=*8,得

μ*-*σ*=*80*-*8*=*72,μ*+*σ*=*80*+*8*=*88,

所以零件尺寸*X*在区间(72,88)内的概率是0*.*6826*.*

因此尺寸在72mm~88 mm间的零件大约占总数的68.26%.

**13***.*正态总体当μ*=*0,σ*=*1时的概率密度函数是φμ,σ(*x*)*=*,*x*∈**R***.*

(1)证明φμ,σ(*x*)是偶函数;

(2)求φμ,σ(*x*)的最大值;

(3)利用指数函数的性质说明φμ,σ(*x*)的增减性*.*

(1)证明:对于任意的*x*∈**R**,

φμ,σ(*-x*)*==*φμ,σ(*x*),

所以φμ,σ(*x*)是偶函数*.*

(2)解:令*z=*,当*x=*0时,*z=*0,e*-z=*1;

当*x*≠0时,*>*0,e*z>*1,由于*y=*e*z*是关于*z*的增函数,

所以当*x=*0(即*z=*0)时,*=*e0取得最大值*.*

这时φμ,σ(*x*)的最大值为e0*= .*

(3)任取*x*1*<*0,*x*2*<*0且*x*1*<x*2有,所以,

所以,

即φμ,σ(*x*1)*<*φμ,σ(*x*2)*.*

它表明当*x<*0时,φμ,σ(*x*)是递增的*.*

又因为φμ,σ(*x*)是偶函数,所以φμ,σ(*x*)在(0,*+*∞)上是减函数*.*

故φμ,σ(*x*)在(*-*∞,0)上是增函数,在(0,*+*∞)上是减函数*.*