**离散型随机变量的均值与方差解题方法与技巧-高中数学选修2-3第二章**

(1)离散型随机变量的期望，反映了随机变量取值的平均水平；

(2)求离散型随机变量*ξ*的期望的基本步骤：

①理解*ξ*的意义，写出*ξ*可能取的全部值；

②求*ξ*取各个值的概率，写出分布列；

③根据分布列，由期望的定义求出*Eξ*  公式E（aξ+b）= aEξ+b，以及服从二项分布的随机变量的期望Eξ=np 。

**讲解范例：**

**例1**. 篮球运动员在比赛中每次罚球命中得1分，罚不中得0分，已知他命中的概率为0.7，求他罚球一次得分的期望

解：因为，

所以

**例2**.一次单元测验由20个选择题构成，每个选择题有4个选项，其中有且仅有一个选项是正确答案，每题选择正确答案得5分，不作出选择或选错不得分，满分100分 学生甲选对任一题的概率为0.9，学生乙则在测验中对每题都从4个选择中随机地选择一个，求学生甲和乙在这次英语单元测验中的成绩的期望 

解：设学生甲和乙在这次英语测验中正确答案的选择题个数分别是，则**~** B（20,0.9）,,

 

由于答对每题得5分，学生甲和乙在这次英语测验中的成绩分别是5和5 所以，他们在测验中的成绩的期望分别是：

 

**例3**. 根据气象预报，某地区近期有小洪水的概率为0.25,有大洪水的概率为0. 01．该地区某工地上有一台大型设备，遇到大洪水时要损失60 000元，遇到小洪水时要损失10000元．为保护设备，有以下3 种方案：

方案1：运走设备，搬运费为3 800 元．

方案2：建保护围墙，建设费为2 000 元．但围墙只能防小洪水．

方案3：不采取措施，希望不发生洪水．

试比较哪一种方案好．

解：用X1 、X2和X3分别表示三种方案的损失．

采用第1种方案，无论有无洪水，都损失3 800 元，即

X1 = 3 800 .

采用第2 种方案，遇到大洪水时，损失2 000 + 60 000=62 000 元；没有大洪水时，损失2 000 元，即

****

同样，采用第 3 种方案，有



于是，

EX1＝3 800 ,

EX2＝62 000×P (X2 = 62 000 ) + 2 00000×P (X2 = 2 000 )

= 62000×0. 01 + 2000×(1-0.01) = 2 600 ,

EX3 = 60000×P (X3 = 60000) + 10 000×P(X3 =10 000 ) + 0×P (X3 =0)

= 60 000×0.01 + 10000×0.25=3100 .

采取方案2的平均损失最小，所以可以选择方案2 .

值得注意的是，上述结论是通过比较“平均损失”而得出的．一般地，我们可以这样来理解“平均损失”：假设问题中的气象情况多次发生，那么采用方案 2 将会使损失减到最小．由于洪水是否发生以及洪水发生的大小都是随机的，所以对于个别的一次决策，采用方案 2 也不一定是最好的．

**例4**.随机抛掷一枚骰子，求所得骰子点数的期望

解：∵，

=3.5

**例5**.有一批数量很大的产品，其次品率是15%，对这批产品进行抽查，每次抽取1件，如果抽出次品，则抽查终止，否则继续抽查，直到抽出次品为止，但抽查次数不超过10次求抽查次数的期望（结果保留三个有效数字）

解：抽查次数取110的整数，从这批数量很大的产品中抽出1件检查的试验可以认为是彼此独立的，取出次品的概率是0.15，取出正品的概率是0.85，前次取出正品而第次（=1，2，…，10）取出次品的概率：

（=1，2，…，10）

需要抽查10次即前9次取出的都是正品的概率：由此可得的概率分布如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|  | 0.15 | 0.1275 | 0.1084 | 0.092 | 0.0783 | 0.0666 | 0.0566 | 0.0481 | 0.0409 | 0.2316 |

根据以上的概率分布，可得的期望



**例6**.随机的抛掷一个骰子，求所得骰子的点数*ξ*的数学期望．

解：抛掷骰子所得点数*ξ*的概率分布为

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *ξ* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| *P* |  |  |  |  |  |  |

所以

1×＋2×＋3×＋4×＋5×＋6×

＝(1＋2＋3＋4＋5＋6)×＝3.5．

抛掷骰子所得点数*ξ*的数学期望，就是*ξ*的所有可能取值的平均值．

**例7**.某城市出租汽车的起步价为10元，行驶路程不超出4km时租车费为10元，若行驶路程超出4km，则按每超出lkm加收2元计费(超出不足lkm的部分按lkm计)．从这个城市的民航机场到某宾馆的路程为15km．某司机经常驾车在机场与此宾馆之间接送旅客，由于行车路线的不同以及途中停车时间要转换成行车路程(这个城市规定，每停车5分钟按lkm路程计费)，这个司机一次接送旅客的行车路程*ξ*是一个随机变量．设他所收租车费为*η*

(Ⅰ)求租车费*η*关于行车路程*ξ*的关系式；

(Ⅱ)若随机变量*ξ*的分布列为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *ξ* | 15 | 16 | 17 | 18 |
| *P* | 0.1 | 0.5 | 0.3 | 0.1 |

求所收租车费*η*的数学期望．

(Ⅲ)已知某旅客实付租车费38元，而出租汽车实际行驶了15km，问出租车在途中因故停车累计最多几分钟?

解：(Ⅰ)依题意得　*η*=2(*ξ*-4)十10，即　*η*=2*ξ*+2；

(Ⅱ)

∵ *η*=2*ξ*+2

∴ 2*Eξ*+2=34.8 （元）

故所收租车费*η*的数学期望为34.8元．

　　(Ⅲ)由38=2*ξ*+2，得*ξ*=18，5(18-15)=15

　　所以出租车在途中因故停车累计最多15分钟  

**四、课堂练习**：

1. 口袋中有5只球，编号为1，2，3，4，5，从中任取3球，以表示取出球的最大号码，则（ ）

A．4；　　B．5；　　C．4.5；　　D．4.75

答案：C 

**2.** 篮球运动员在比赛中每次罚球命中的1分，罚不中得0分．已知某运动员罚球命中的概率为0.7，求

⑴他罚球1次的得分*ξ*的数学期望；

⑵他罚球2次的得分*η*的数学期望；

⑶他罚球3次的得分*ξ*的数学期望．

解：⑴因为，，所以

1×＋0×

⑵*η*的概率分布为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *η* | 0 | 1 | 2 |
| *P* |  |  |  |

所以 0×＋1×＋2×＝1.4．

⑶*ξ*的概率分布为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *ξ* | ０ | １ | 2 | 3 |
| *P* |  |  |  |  |

　　　所以 0×＋1×＋2×＝2.1.

**3．**设有*m*升水，其中含有大肠杆菌*n*个．今取水1升进行化验，设其中含有大肠杆菌的个数为*ξ*，求*ξ*的数学期望．

分析：任取1升水，此升水中含一个大肠杆菌的概率是，事件“*ξ*=*k*”发生，即*n*个大肠杆菌中恰有*k*个在此升水中，由*n*次独立重复实验中事件*A*（在此升水中含一个大肠杆菌）恰好发生*k*次的概率计算方法可求出*P*(*ξ*=*k*),进而可求*Eξ*.

　　解：记事件A：“在所取的1升水中含一个大肠杆菌”，则P(A)=．

　　　　∴　*P*(*ξ*=*k*)=*Pn*(*k*)=*C*)*k*(1－)*n－k*（*k*=0,1,2,….,*n*）．

　　∴　*ξ*～*B*(*n*,)，故　*Eξ* =*n*×= 