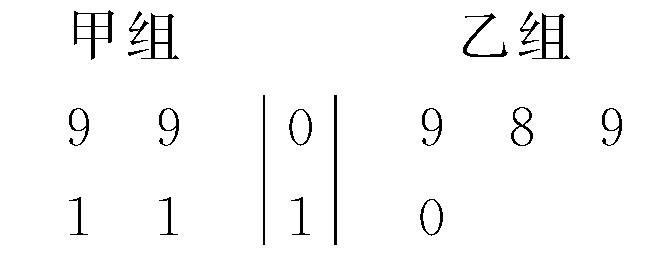
**离散型随机变量及其分布列解题方法与技巧-高中数学选修2-3第二章**

题型1.由统计数据求离散型随机变量的分布列

题1. (2011·北京改编)以下茎叶图记录了甲、乙两组各四名同学的植树棵数



分别从甲、乙两组中各随机选取一名同学

(1)求这两名同学的植树总棵数*y*的分布列；

(2)每植一棵树可获10元，求这两名同学获得钱数的数学期望．

[审题视点] 本题解题的关键是求出*Y*的取值及取每一个值的概率，注意用分布列的性质进行检验．

解　(1)分别从甲、乙两组中随机选取一名同学的方法种数是4×4＝16，这两名同学植树总棵数*Y*的取值分别为

17,18,19,20,21，

*P*(*Y*＝17)＝＝ *P*(*Y*＝18)＝＝ *P*(*Y*＝19)＝＝ *P*(*Y*＝20)＝＝

*P*(*Y*＝21)＝＝

则随机变量*Y*的分布列是：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Y* | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| *P* |  |  |  |  |  |

(2)由(1)知*E*(*Y*)＝＋＋＋＋＝19，

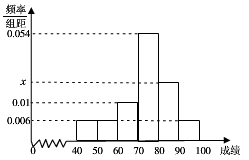
设这名同学获得钱数为*X*元，则*X*＝10*Y*，

则*E*(*X*)＝10*E*(*Y*)＝190.

题2. 【2012高考真题广东理17】（本小题满分13分）某班50位学生期中考试数学成绩的频率分布直方图如图4所示，其中成绩分组区间是：[40,50][50,60][60,70][70,80][80,90][90,100]．

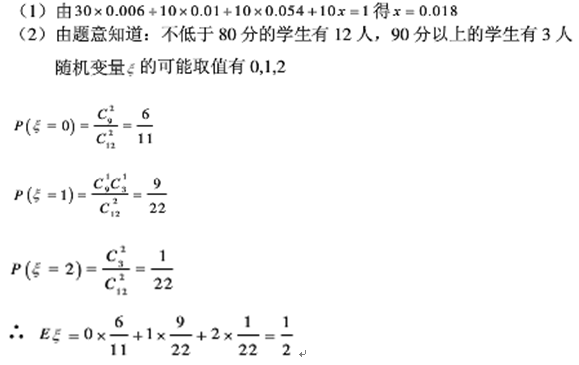
（1）求图中x的值；

（2）从成绩不低于80分的学生中随机选取2人，该2人中成绩在90分以上（含90分）的人数记为，求得数学期望．



【答案】本题是在概率与统计的交汇处命题，考查了用样本估计总体等统计知识以及离散型随机变量的分布列及期望，考查学生应用数学知识解决实际问题的能力，难度中等。

【解析】



题型2 由古典概型求离散型随机变量的分布列

题3. （2012年韶关二模）有一个3×4×5的长方体, 它的六个面上均涂上颜色. 现将这个长方体锯成60个1×1×1的小正方体，从这些小正方体中随机地任取1个，设小正方体涂上颜色的面数为.

（１）求的概率；

（２）求的分布列和数学期望.

（１）60个1×1×1的小正方体中，没有涂上颜色的有6个， … （3分）

（２）由（1）可知

；；； … （7分）

分布列

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 |
| p |  |  |  |  |

… （10分）

E=0×+1×+2×+3×= …（12分）

题4. 【2012高考真题浙江理19】已知箱中装有4个白球和5个黑球，且规定：取出一个白球的2分，取出一个黑球的1分．现从该箱中任取(无放回，且每球取到的机会均等)3个球，记随机变量*X*为取出3球所得分数之和．

(Ⅰ)求*X*的分布列；

(Ⅱ)求*X*的数学期望*E*(*X*)．

【答案】本题主要考察分布列，数学期望等知识点。

(Ⅰ) *X*的可能取值有：3，4，5，6．

； ；

； ．

故，所求*X*的分布列为

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X* | 3 | 4 | 5 | 6 |
| *P* |  |  |  |  |

(Ⅱ) 所求*X*的数学期望*E*(*X*)为：

*E*(*X*)＝．

题型3.　由独立事件同时发生的概率求离散型随机变量的分布列

题5. 【2012高考真题重庆理17】

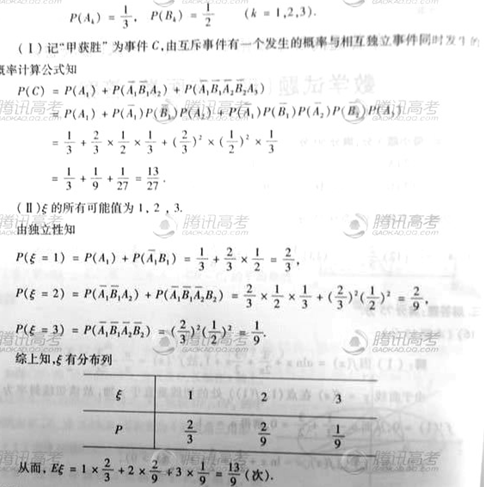
甲、乙两人轮流投篮，每人每次投一票.约定甲先投中者获胜，一直到有人获胜或每人都已投球3次时投篮结束.设甲每次投篮投中的概率为，乙每次投篮投中的概率为，且各次投篮互不影响.

（Ⅰ） 求甲获胜的概率；

（Ⅱ）求投篮结束时甲的投篮次数的分布列与期望

【答案】

高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。



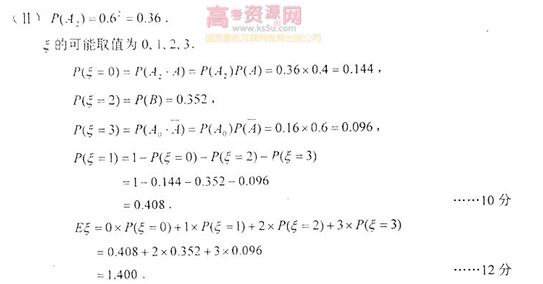
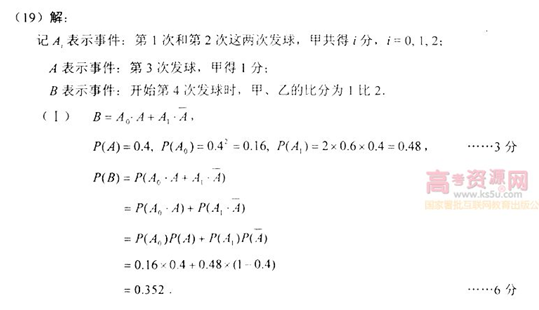
题6. 【2012高考真题全国卷理19】

乒乓球比赛规则规定：一局比赛，双方比分在10平前，一方连续发球2次后，对方再连续发球2次，依次轮换.每次发球，胜方得1分，负方得0分.设在甲、乙的比赛中，每次发球，发球方得1分的概率为0.6，各次发球的胜负结果相互独立.甲、乙的一局比赛中，甲先发球.

（Ⅰ）求开始第4次发球时，甲、乙的比分为1比2的概率；

（Ⅱ）[高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。](http://www.ks5u.com/)表示开始第4次发球时乙的得分，求[高考资源网(ks5u.com),中国最大的高考网站,您身边的高考专家。](http://www.ks5u.com/)的期望.

【答案】



题型4.　两点分布

题7. 某公司有5万元资金用于投资开发项目，如果成功，一年后可获利12%；一旦失败，一年后将丧失全部资金的50%.下表是过去200例类似项目开发的实施结果：

|  |  |
| --- | --- |
| 投资成功 | 投资失败 |
| 192次 | 8次 |

则该公司一年后估计可获收益的期望是\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析　设该公司一年后估计可获得的钱数为*X*元，则随机变量*X*的取值分别为50 000×12%＝6 000(元)，－50 000×50%＝－25 000(元)．由已知条件随机变量*X*的概率分布列是

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *X* | 6 000 | －25 000 |
| *P* |  |  |

因此*E*(*X*)＝6 000×＋(－25 000)×＝4 760

答案　4 760

题型4.二项分布

题8. **（广东省惠州市2010届高三第三次调研理科）**

在一个圆锥体的培养房内培养了40只蜜蜂，准备进行某种实验，过圆锥高的中点有一个不计厚度且平行于圆锥底面的平面把培养房分成两个实验区，其中小锥体叫第一实验区，圆台体叫第二实验区，且两个实验区是互通的。假设蜜蜂落入培养房内任何位置是等可能的，且蜜蜂落入哪个位置相互之间是不受影响的。

（1）求蜜蜂落入第二实学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！验区的概率；

（2）若其中有10只蜜蜂被染上了红色，求恰有一只红色蜜蜂落入第二实验区的概率；（3）记为落入第一实验区的蜜蜂数，求随机变量的数学期望。

解：（1）记“蜜蜂落入第一实验区”为事件, “蜜蜂落入第二实验区”为事件.…1分

依题意，

 ……………3分

∴  ∴ 蜜蜂落入第二实验区的概率为。 ……………4分

（2）记“恰有一只红色蜜蜂落入第二实验区”为事件，则 ………………5分



∴ 恰有一只红色蜜蜂落入第二实验区的概率. …………………8分

（3）因为蜜蜂落入培养房内任何位置是等可能的，且蜜蜂落入哪个位置相互之间是不受影响的，所以变量满足二项分布，即～ ………………………10分

∴随机变量X的数学期望=40×=5 ………………………12分

题9. （2012年茂名二模）在我市“城乡清洁工程”建设活动中，社会各界掀起净化美化环境的热潮.某单位计划在小区内种植四棵风景树，受本地地理环境的影响，两棵树的成活的概率均为，另外两棵树为进口树种，其成活概率都为，设表示最终成活的树的数量.

（1）若出现有且只有一颗成活的概率与都成活的概率相等，求的值；

（2）求的分布列（用表示）；

（3）若出现恰好两棵树成活的的概率最大，试求的取值范围.

解：（1）由题意，得，∴. ………2分

（2）的所有可能取值为0,1,2,3,4. ……3分

 …… …………4分

 …………5分

 …………6分

 …………………………………………7分

 …………………………………………8分

得的分布列为： …………………………9分

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  |  |  |  |  |  |

（3）由，显然,  ……………10分

∴ …11分

 ……12分

由上述不等式解得的取值范围是.……………………13分

题型5.超几何分布

题10. 某校组织一次冬令营活动，有8名同学参加，其中有5名男同学，3名女同学，为了活动的需要，要从这8名同学中随机抽取3名同学去执行一项特殊任务，记其中有X名男同学.

（1）求X的概率分布；

（2）求去执行任务的同学中有男有女的概率.

**解** （1）X的可能取值为0，1，2，3.

根据公式P（X=m）=算出其相应的概率，

即X的概率分布为

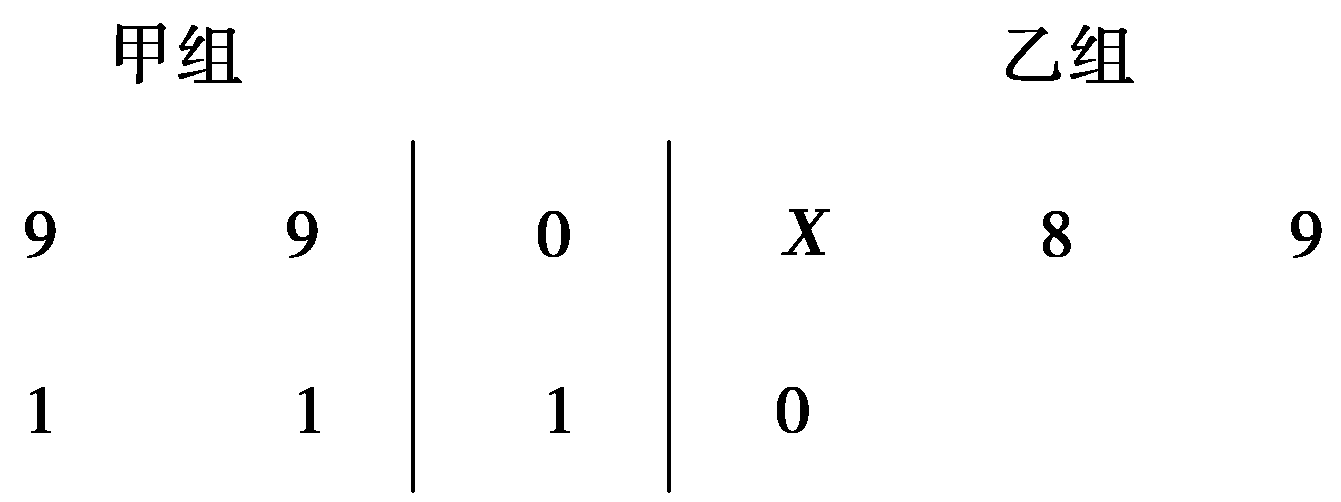
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P |  |  |  |  |

（2）去执行任务的同学中有男有女的概率为

P（X=1）+P（X=2）=+=.

题型6. 离散型随机变量的均值和方差

题11. (2011·北京)以下茎叶图记录了甲、乙两组各四名同学的植树棵数．乙组记录中有一个数据模糊，无法确认，在图中以*X*表示．



(1)如果*X*＝8，求乙组同学植树棵数的平均数和方差；

(2)如果*X*＝9，分别从甲、乙两组中随机选取一名同学，求这两名同学的植树总棵数*Y*的分布列和数学期望．

(注：方差*s*2＝[(*x*1－)2＋(*x*2－)2＋…＋(*xn*－)2]，其中为*x*1，*x*2，…，*xn*的平均数)

解　(1)当*X*＝8时，由茎叶图可知，乙组同学的植树棵数是：8,8,9,10，

所以平均数为：＝＝；

方差为：*s*2＝×[(8－)2＋(8－)2＋(9－)2＋(10－)2]＝.

(2)当*X*＝9时，由茎叶图可知，甲组同学的植树棵数是：9,9,11,11；乙组同学的植树棵数是9,8,9,10.分别从甲、乙两组中随机选取一名同学，共有4×4＝16种可能的结果，这两名同学植树总棵数*Y*的可能取值为17,18,19,20,21.事件“*Y*＝17”等价于“甲组选出的同学植树9棵，乙组选出的同学植树8棵”，所以该事件有2种可能的结果，因此*P*(*Y*＝17)＝＝.同理可得*P*(*Y*＝18)＝；*P*(*Y*＝19)＝；*P*(*Y*＝20)＝；*P*(*Y*＝21)＝.所以随机变量*Y*的分布列为：

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Y* | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| *P* |  |  |  |  |  |

*EY*＝17×*P*(*Y*＝17)＋18×*P*(*Y*＝18)＋19×*P*(*Y*＝19)＋20×*P*(*Y*＝20)＋21×*P*(*Y*＝21)＝17×＋18×＋19×＋20×＋21×＝19.

题12. (2011·福建)某产品按行业生产标准分成8个等级，等级系数*X*依次为1,2，…，8，其中*X*≥5为标准*A*，*X*≥3为标准*B*.已知甲厂执行标准*A*生产该产品，产品的零售价为6元/件；乙厂执行标准*B*生产该产品，产品的零售价为4元/件，假定甲、乙两厂的产品都符合相应的执行标准．

(1)已知甲厂产品的等级系数*X*1的概率分布列如下所示：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *X*1 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| *P* | 0.4 | *a* | *b* | 0.1 |

且*X*1的数学期望*E*(*X*1)＝6，求*a*，*b*的值；

(2)为分析乙厂产品的等级系数*X*2，从该厂生产的产品中随机抽取30件，相应的等级系数组成一个样本，数据如下：

3　5　3　3　8　5　5　6　3　4

6　3　4　7　5　3　4　8　5　3

8　3　4　3　4　4　7　5　6　7

用这个样本的频率分布估计总体分布，将频率视为概率，求等级系数*X*2的数学期望．

(3)在(1)、(2)的条件下，若以“性价比”为判断标准，则哪个工厂的产品更具可购买性？说明理由．

注：(1)产品的“性价比”＝；

(2)“性价比”大的产品更具可购买性．

[审题视点] (1)利用分布列的性质*P*1＋*P*2＋*P*3＋*P*4＝1及*E*(*X*1)＝6求*a*，*b*值．

(2)先求*X*2的分布列，再求*E*(*X*2)，(3)利用提示信息判断．

解　(1)因为*E*(*X*1)＝6，所以5×0.4＋6*a*＋7*b*＋8×0.1＝6，即6*a*＋7*b*＝3.2.

又由*X*1的概率分布列得0.4＋*a*＋*b*＋0.1＝1，即*a*＋*b*＝0.5.

由解得

(2)由已知得，样本的频率分布表如下：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X*2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| *f* | 0.3 | 0.2 | 0.2 | 0.1 | 0.1 | 0.1 |

用这个样本的频率分布估计总体分布，将频率视为概率，可得等级系数*X*2的概率分布列如下：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *X*2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| *P* | 0.3 | 0.2 | 0.2 | 0.1 | 0.1 | 0.1 |

所以

*E*(*X*2)＝3×0.3＋4×0.2＋5×0.2＋6×0.1＋7×0.1＋8×0.1＝4.8.

即乙厂产品的等级系数的数学期望等于4.8.

(3)乙厂的产品更具可购买性．理由如下：

因为甲厂产品的等级系数的数学期望等于6，价格为6元/件，所以其性价比为＝1.

因为乙厂产品的等级系数的数学期望等于4.8，价格为4元/件，所以其性价比为＝1.2.

据此，乙厂的产品更具可购买性．