**离散型随机变量及其分布列考点-高中数学选修2-3第二章**

**教学重点：**离散型随机变量的分布列的概念

**教学难点：**求简单的离散型随机变量的分布列

1.分布列:设离散型随机变量*ξ*可能取得值为

*x*1，*x*2，…，*x*3，…，

*ξ*取每一个值*xi*（*i*=1，2，…）的概率为，则称表

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *ξ* | *x*1 | *x*2 | … | *xi* | … |
| *P* | *P*1 | *P*2 | … | *Pi* | … |

为随机变量*ξ*的**概率分布**，简称*ξ*的分布列

2. 分布列的两个性质：任何随机事件发生的概率都满足:，并且不可能事件的概率为0，必然事件的概率为1．由此你可以得出离散型随机变量的分布列都具有下面两个性质：

⑴*Pi*≥0，*i*＝1，2，…；

⑵*P*1+*P*2+…=1．

对于离散型随机变量在某一范围内取值的概率等于它取这个范围内各个值的概率的和 即 

**例1**.在掷一枚图钉的随机试验中，令

****

如果针尖向上的概率为，试写出随机变量 X 的分布列．

解：根据分布列的性质，针尖向下的概率是（) ．于是，随机变量 X 的分布列是

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ξ | 0 | 1 |
| P |  |  |

像上面这样的分布列称为**两点分布列**．

两点分布列的应用非常广泛．如抽取的彩券是否中奖；买回的一件产品是否为正品；新生婴儿的性别；投篮是否命中等，都可以用两点分布列来研究．如果随机变量X的分布列为两点分布列，就称X服从两点分布 ( two一point distribution)，而称=P (X = 1）为**成功概率．**

两点分布又称**0一1分布**．由于只有两个可能结果的随机试验叫**伯努利（ Bernoulli ) 试验**，所以还称这种分布为**伯努利分布**．

，

，

，．

**例 2**．在含有 5 件次品的 100 件产品中，任取 3 件，试求：

(1)取到的次品数X 的分布列；

（2）至少取到1件次品的概率．

解： (1)由于从 100 件产品中任取3 件的结果数为，从100 件产品中任取3件，

其中恰有k 件次品的结果数为，那么从 100 件产品中任取 3 件，其中恰有 k 件次品的概率为

。

所以随机变量 X 的分布列是

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P |  |  |  |  |

(2)根据随机变量X 的分布列，可得至少取到 1 件次品的概率

P ( X≥1 ) = P ( X = 1 ) + P ( X = 2 ) + P ( X = 3 )

≈0.138 06 + 0. 005 88 + 0. 00006

= 0. 144 00 .

一般地，在含有M 件次品的 N 件产品中，任取 n 件，其中恰有X件次品数，则事件 {X=k｝发生的概率为

,

其中，且．称分布列

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| X | 0 | 1 | … |  |
| P |  |  | … |  |

为**超几何分布列**．如果随机变量 X 的分布列为超几何分布列，则称随机变量 X **服从超几何分布**（ hypergeometriC distribution ) .

**例 3**．在某年级的联欢会上设计了一个摸奖游戏，在一个口袋中装有10个红球和20个白球，这些球除颜色外完全相同．一次从中摸出5个球，至少摸到3个红球就中奖．求中奖的概率．

解：设摸出红球的个数为X，则X服从超几何分布，其中 N = 30 , M=10, n=5 ．于是中奖的概率

P (X≥3 ) = P (X =3 ) + P ( X = 4 ）十 P ( X = 5 )

=≈0.191.

**思考**：如果要将这个游戏的中奖率控制在55%左右，那么应该如何设计中奖规则？



**例4.**已知一批产品共 image257件，其中 image244件是次品，从中任取 image256件，试求这 image256件产品中所含次品件数 image251的分布律。  
**解** 显然，取得的次品数 image251只能是不大于 image244与 image256最小者的非负整数，即 image251的可能取值为：0，1，…，，由古典概型知  
  
　　此时称 image251服从参数为的超几何分布。  
**注** 超几何分布的上述模型中，“任取 image256件”应理解为“不放回地一次取一件，连续取 image256件”.如果是有放回地抽取，就变成了 image256重贝努利试验，这时概率分布就是二项分布.所以两个分布的区别就在于是不放回地抽样，还是有放回地抽样.若产品总数 image257很大时，那么不放回抽样可以近似地看成有放回抽样.因此，当 image259时，超几何分布的极限分布就是二项分布，即有如下定理.  
**定理** 如果当 image264时，，那么当 image264时（ image266不变），则  
。   
　　由于普阿松分布又是二项分布的极限分布，于是有：

超几何分布 image271二项分布 image271普阿松分布.

**例5**．一盒中放有大小相同的红色、绿色、黄色三种小球，已知红球个数是绿球个数的两倍，黄球个数是绿球个数的一半．现从该盒中随机取出一个球，若取出红球得1分，取出黄球得0分，取出绿球得－1分，试写出从该盒中取出一球所得分数*ξ*的分布列．

分析：欲写出*ξ*的分布列，要先求出*ξ*的所有取值，以及*ξ*取每一值时的概率．

解：设黄球的个数为*n*，由题意知

　　绿球个数为2*n*，红球个数为4*n*，盒中的总数为7*n*．

　∴　，，．

　　　　所以从该盒中随机取出一球所得分数*ξ*的分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *ξ* | 1 | 0 | －1 |
| P |  |  |  |

说明：在写出*ξ*的分布列后，要及时检查所有的概率之和是否为1．

**例6．**某一射手射击所得的环数*ξ*的分布列如下：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *ξ* | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| *P* | 0.02 | 0.04 | 0.06 | 0.09 | 0.28 | 0.29 | 0.22 |

求此射手“射击一次命中环数≥7”的概率．

　　分析：“射击一次命中环数≥7”是指互斥事件“*ξ*＝7”、“*ξ*＝8”、“*ξ*＝9”、“*ξ*＝10”的和，根据互斥事件的概率加法公式，可以求得此射手“射击一次命中环数≥7”的概率．

解：根据射手射击所得的环数*ξ*的分布列，有

*P*(*ξ*=7)＝0.09，*P*(*ξ*=8)＝0.28，*P*(*ξ*=9)＝0.29，*P*(*ξ*=10)＝0.22.

所求的概率为 *P*(*ξ*≥7)＝0.09+0.28+0.29+0.22＝0.88