**二项式定理解题方法与技巧-高中数学选修2-3第一章**

二项式定理

1．二项式定理：

，

2．基本概念：

①二项式展开式：右边的多项式叫做的二项展开式。

②二项式系数:展开式中各项的系数.

③项数：共项，是关于与的齐次多项式

④通项：展开式中的第项叫做二项式展开式的通项。用表示。

3．注意关键点：

①项数：展开式中总共有项。

②顺序：注意正确选择,,其顺序不能更改。与是不同的。

③指数：的指数从逐项减到，是降幂排列。的指数从逐项减到，是升幂排列。各项的次数和等于.

④系数：注意正确区分二项式系数与项的系数，二项式系数依次是项的系数是与的系数（包括二项式系数）。

4．常用的结论：

令 

令 

5．性质：

①二项式系数的对称性：与首末两端“对距离”的两个二项式系数相等，即，···

②二项式系数和：令,则二项式系数的和为，

变形式。

③奇数项的二项式系数和=偶数项的二项式系数和：

在二项式定理中，令，则，

从而得到：

④奇数项的系数和与偶数项的系数和：



⑤二项式系数的最大项：如果二项式的幂指数是偶数时，则中间一项的二项式系数取得最大值。

如果二项式的幂指数是奇数时，则中间两项的二项式系数,同时取得最大值。

⑥系数的最大项：求展开式中最大的项，一般采用待定系数法。设展开式中各项系数分别

为，设第项系数最大，应有，从而解出来。

6．二项式定理的十一种考题的解法：

题型一：二项式定理的逆用；

例：

解：与已知的有一些差距，





练：

解：设，则

题型二：利用通项公式求的系数；

例：在二项式的展开式中倒数第项的系数为，求含有的项的系数？

解：由条件知，即，，解得，由

，由题意，

则含有的项是第项,系数为。

练：求展开式中的系数？

解：，令,则

故的系数为。

题型三：利用通项公式求常数项；

例：求二项式的展开式中的常数项？

解：，令，得，所以

练：求二项式的展开式中的常数项？

解：，令，得，所以

练：若的二项展开式中第项为常数项，则

解：，令，得.

题型四：利用通项公式，再讨论而确定有理数项；

例：求二项式展开式中的有理项？

解：，令,()得，

所以当时，，，

当时，，。

题型五：奇数项的二项式系数和=偶数项的二项式系数和；

例：若展开式中偶数项系数和为，求.

解：设展开式中各项系数依次设为

,则有①，,则有②

将①-②得：

有题意得，，。

练：若的展开式中，所有的奇数项的系数和为，求它的中间项。

解：，，解得

所以中间两个项分别为，，

题型六：最大系数，最大项；

例：已知，若展开式中第项，第项与第项的二项式系数成等差数列，求展开式中二项式系数最大项的系数是多少？

解：解出，当时，展开式中二项式系数最大的项是，当时，展开式中二项式系数最大的项是，。

练：在的展开式中，二项式系数最大的项是多少？

解：二项式的幂指数是偶数，则中间一项的二项式系数最大，即，也就是第项。

练：在的展开式中，只有第项的二项式最大，则展开式中的常数项是多少？

解：只有第项的二项式最大，则，即,所以展开式中常数项为第七项等于

例：写出在的展开式中，系数最大的项？系数最小的项？

解：因为二项式的幂指数是奇数，所以中间两项()的二项式系数相等，且同时取得最大值，从而有的系数最小，系数最大。

例：若展开式前三项的二项式系数和等于，求的展开式中系数最大的项？

解：由解出,假设项最大，

，化简得到，又，，展开式中系数最大的项为,有

练：在的展开式中系数最大的项是多少？

解：假设项最大，

，化简得到，又，，展开式中系数最大的项为

题型七：含有三项变两项；

例：求当的展开式中的一次项的系数？

解法①：，，当且仅当时，的展开式中才有x的一次项，此时，所以得一次项为

它的系数为。

解法②：

故展开式中含的项为，故展开式中的系数为240.

练：求式子的常数项？

解：，设第项为常数项，则，得,, .

题型八：两个二项式相乘；

例：

解：



 .

练：

解：



.

练：

解：





题型九：奇数项的系数和与偶数项的系数和；

例：

解：









题型十：赋值法；

例：设二项式的展开式的各项系数的和为，所有二项式系数的和为,若

,则等于多少？

解：若，有，，

令得，又,即解得，.

练：若的展开式中各项系数之和为，则展开式的常数项为多少？

解：令，则的展开式中各项系数之和为，所以，则展开式的常数项为.

例：

解：



练：

解：



题型十一：整除性；

例：证明：能被64整除

证：





由于各项均能被64整除