**排列与组合公式-高中数学选修2-3第一章**

排列组合公式

|  |
| --- |
| 60e7316db568a8fa431694fa  **排列定义**    从n个不同的元素中，取r个不重复的元素，按次序排列，称为从n个中取r个的无重排列。排列的全体组成的集合用 P(n,r)表示。排列的个数用P(n,r)表示。当r=n时称为全排列。一般不说可重即无重。可重排列的相应记号为 P(n,r),P(n,r)。  **组合定义** 从n个不同元素中取r个不重复的元素组成一个子集，而不考虑其元素的顺序，称为从n个中取r个的无重组合。 组合的全体组成的集合用C(n,r)表示，组合的个数用C(n,r)表示，对应于可重组合 有记号C(n,r),C(n,r)。  **一、排列组合部分是中学数学中的难点之一，原因在于**   　　(1)从千差万别的实际问题中抽象出几种特定的数学模型，需要较强的抽象思维能力；  　　(2)限制条件有时比较隐晦，需要我们对问题中的关键性词(特别是逻辑关联词和量词)准确理解；  　　(3)计算手段简单，与旧知识联系少，但选择正确合理的计算方案时需要的思维量较大；  　　(4)计算方案是否正确，往往不可用直观方法来检验，要求我们搞清概念、原理，并具有较强的分析能力。  **二、两个基本计数原理及应用**   　　(1)加法原理和分类计数法   　　**1．加法原理**  　　2．加法原理的集合形式   　　3．分类的要求   　　每一类中的每一种方法都可以独立地完成此任务；两类不同办法中的具体方法，互不相同(即分类不重)；完成此任务的任何一种方法，都属于某一类(即分类不漏)   　　(2)乘法原理和分步计数法   　　**1．乘法原理**  　　2．合理分步的要求   　　任何一步的一种方法都不能完成此任务，必须且只须连续完成这n步才能完成此任务；各步计数相互独立；只要有一步中所采取的方法不同，则对应的完成此事的方法也不同  例1：用1、2、3、4、5、6、7、8、9组成数字不重复的六位数  集合A为数字不重复的九位数的集合，S（A）=9！  集合B为数字不重复的六位数的集合。  把集合A分为子集的集合，规则为前6位数相同的元素构成一个子集。显然各子集没有共同元素。每个子集元素的个数，等于剩余的3个数的全排列，即3！  这时集合B的元素与A的子集存在一一对应关系，则  S（A）=S（B）\*3！  S（B）=9！/3！  这就是我们用以前的方法求出的P（9，6）   例2：从编号为1-9的队员中选6人组成一个队，问有多少种选法？  设不同选法构成的集合为C，集合B为数字不重复的六位数的集合。把集合B分为子集的集合，规则为全部由相同数字组成的数组成一个子集，则每个子集都是某6个数的全排列，即每个子集有6！个元素。这时集合C的元素与B的子集存在一一对应关系，则  S（B）=S（C）\*6！  S（C）=9！/3！/6！  这就是我们用以前的方法求出的C（9，6）   以上都是简单的例子，似乎不用弄得这么复杂。但是集合的观念才是排列组合公式的来源，也是对公式更深刻的认识。大家可能没有意识到，在我们平时数物品的数 量时，说1，2，3，4，5，一共有5个，这时我们就是在把物品的集合与集合（1，2，3，4，5）建立一一对应的关系，正是因为物品数量与集合（1， 2，3，4，5）的元素个数相等，所以我们才说物品共有5个。我写这篇文章的目的是把这些潜在的思路变得清晰，从而能用它解决更复杂的问题。   例3：9个人坐成一圈，问不同坐法有多少种？  9个人排成一排，不同排法有9！种，对应集合为前面的集合A  9个人坐成一圈的不同之处在于，没有起点和终点之分。设集合D为坐成一圈的坐法的集合。以任何人为起点，把圈展开成直线，在集合A中都对应不同元素，但在集合D中相当于同一种坐法，所以集合D中每个元素对应集合A中9个元素，所以S（D）=9！/9   我在另一篇帖子中说的方法是先固定一个人，再排其他人，结果为8！。这个方法实际上是找到了一种集合A与集合D之间的对应关系。用集合的思路解决问题的关键就是寻找集合之间的对应关系，使一个集合的子集与另一个集合的元素形成一一对应的关系。   例4：用1、2、3、4、5、6、7、8、9组成数字不重复的九位数，但要求1排在2前面，求符合要求的九位数的个数。  集合A为9个数的全排列，把集合A分为两个集合B、C，集合B中1排在2前面，集合C中1排在2后面。则S（B）+S（C）=S（A）  在集合B、C之间建立以下对应关系：集合B中任一元素1和2位置对调形成的数字，对应集合C中相同数字。则这个对应关系为一一对应。因此S（B）=S（C）=9！/2   以同样的思路可解出下题：  从1、2、3…，9这九个数中选出3个不同的数作为函数y=ax\*x+bx+c的系数，且要求a>b>c，问这样的函数共有多少个？   例5：M个球装入N个盒子的不同装法，盒子按顺序排列。  这题我们已经讨论过了，我再用更形象的方法说说。  假设我们把M个球用细线连成一排，再用N-1把刀去砍断细线，就可以把M个球按顺序分为N组。则M个球装入N个盒子的每一种装法都对应一种砍线的方法。而 砍线的方法等于M个球与N-1把刀的排列方式（如两把刀排在一起，就表示相应的盒子里球数为0）。所以方法总数为C（M+N-1，N-1）   例6：7人坐成一排照像, 其中甲、乙、丙三人的顺序不能改变且不相邻, 则共有\_\_\_\_\_\_\_\_排法.  解：甲、乙、丙三人把其他四人分为四部分，设四部分人数分别为X1，X2，X3，X4，其中X1，X4》=0，X2，X3》0  先把其余4人看作一样，则不同排法为方程  X1+X2+X3+X4=4的解的个数，令X2=Y2+1，X3=Y3+1  化为求X1+Y2+Y3+X4=2的非负整数解的个数，这与把2个球装入4个盒子的方法一一对应，个数为C（5，3）=10  由于其余四人是不同的人，所以以上每种排法都对应4个人的全排列4！，所以不同排法共有C（5，3）\*4！=240种。 |