**排列与组合知识点总结-高中数学选修2-3第一章**

1. **知识要点**
2. **分类计数原理与分步计算原理**
   1. 分类计算原理（加法原理）：

完成一件事，有n类办法，在第一类办法中有m1种不同的方法，在第二类办法中有m2种不同的方法，……，在第n类办法中有mn种不同的方法，那么完成这件事共有N= m1+ m2+…+ mn种不同的方法。

* 1. 分步计数原理（乘法原理）：

完成一件事，需要分成n个步骤，做第1步有m1种不同的方法，做第2步有m2种不同的方法，……，做第n步有mn种不同的方法，那么完成这件事共有N= m1× m2×…× mn种不同的方法。

1. **排列**
2. 定义

从n个不同元素中取出m（学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ ）个元素的所有排列的个数，叫做从n个不同元素中取出m个元素的排列数，记为学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ .

1. 排列数的公式与性质
2. 排列数的公式：学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ =n（n-1）（n-2）…（n-m+1）=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

特例：当m=n时，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ =n！=n（n-1）（n-2）…×3×2×1 规定：0！=1

1. 排列数的性质：

（Ⅰ）学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ =学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！（Ⅱ）学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！　（Ⅲ）学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

1. **组合**
2. 定义
   1. 从n个不同元素中取出学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 个元素并成一组，叫做从n个不同元素中取出m个元素的一个组合
   2. 从n个不同元素中取出学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 个元素的所有组合的个数，叫做从n个不同元素中取出m个元素的组合数，用符号学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 表示。
3. 组合数的公式与性质
4. 组合数公式：学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ （乘积表示）

学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ （阶乘表示）

特例：学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

1. 组合数的主要性质：

（Ⅰ）学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 　　 （Ⅱ）学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

1. **排列组合的区别与联系**

（1） 排列与组合的区别在于组合仅与选取的元素有关，而排列不仅与选取的元素有关，而且还与取出元素的顺序有关。因此，所给问题是否与取出元素的顺序有关，是判断这一问题是排列问题还是组合问题的理论依据。

（2）注意到获得（一个）排列历经“获得（一个）组合”和“对取出元素作全排列”两个步骤，故得排列数与组合数之间的关系：学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

**二、经典例题**

**例1、**某人计划使用不超过500元的资金购买单价分别为60、70元的单片软件和盒装磁盘，要求软件至少买3片，磁盘至少买2盒，则不同的选购方式是（　　　　 ）

A .5种　　　　　　 B.6种　　　　　　 C. 7种　　　　 D. 8种

解：注意到购买3片软件和2盒磁盘花去320元，所以，这里只讨论剩下的180元如何使用，可从购买软件的情形入手分类讨论：　第一类，再买3片软件，不买磁盘，只有1种方法；　　第二类，再买2片软件，不买磁盘，只有1种方法；  
第三类，再买1片软件，再买1盒磁盘或不买磁盘，有2种方法； 第四类，不买软件，再买2盒磁盘、1盒磁盘或不买磁盘，有3种方法；　　于是由分类计数原理可知，共有N=1+1+2+3=7种不同购买方法，应选C。

**例2、**在学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！中有4个编号为1，2，3，4的小三角形，要在每一个小三角形中涂上红、蓝、黄、白、黑五种颜色中的一种，使有相邻边的小三角形颜色不同，共有多少种不同的涂法？

解：根据题意，有相邻边的小三角形颜色不同，但“对角”的两个小三角形可以是相同颜色，于是考虑以对角的小三角形1、4同色与不同色为标准分为两类，进而在每一类中分步计算。

第一类：1与4同色，则1与4有5种涂法，2有4种涂法，3有4种涂法，　故此时有N1=5×4×4=80种不同涂法。

第二类：1与4不同色，则1有5种涂法，4有4种涂法，2有3种涂法，3有3种涂法，故此时有N2=5×4×3×3=180种不同涂法。　　综上可知，不同的涂法共有80+180=260种。

**例3、**用数字0，1，2，3，4，5组成无重复数字4位数，其中，必含数字2和3，并且2和3不相邻的四位数有多少个？

解：注意到这里“0”的特殊性，故分两类来讨论。

第一类：不含“0”的符合条件的四位数，首先从1，4，5这三个数字中任选两个作排列有学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 种；进而将2和3分别插入前面排好的两个数字中间或首尾位置，又有学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 种排法，于是由分步计数原理可知，不含0且符合条件的四位数共有学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=36个。

第二类：含有“0”的符合条件的四位数，注意到正面考虑头绪较多，故考虑运用“间接法”：首先从1，4，5这三个数字中任选一个，而后与0，2，3进行全排列，这样的排列共有学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 个。

其中，有如下三种情况不合题意，应当排险：

（1）0在首位的，有学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 个；

（2）0在百位或十位，但2与3相邻的，有学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 个

（3）0在个位的，但2与3相邻的，有学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 个

因此，含有0的符合条件的四位数共有学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ =30个

于是可知，符合条件的四位数共有36+30=66个

**例4、**某人在打靶时射击8枪，命中4枪，若命中的4枪有且只有3枪是连续命中的，那么该人射击的8枪，按“命中”与“不命中”报告结果，不同的结果有（　　 ）

A.720种　　　　 B.480种　　　　 C.24种　　　　 D.20种

分析：首先，对未命中的4枪进行排列，它们形成5个空挡，注意到未命中的4枪“地位平等”，故只有一种排法，其次，将连中的3枪视为一个元素，与命中的另一枪从前面5个空格中选2个排进去，有学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 种排法，于是由乘法原理知，不同的报告结果菜有学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 种。

**例5、**

（1）学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 　　　　　　　　　　　　 ；

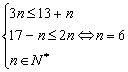
（2）若学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ ，则n=　　　　　　　　　　　　；

（3）学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 　　　　　　　　　　　　　　 ；

（4）若学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ ，则n的取值集合为　　　　　　　　　　　　 ；

（5）方程 的解集为　　　　　　　　　　　　 ；

解：

（1）注意到n满足的条件 [学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！](http://www.zxxk.com/)

∴原式=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

（2）运用杨辉恒等式，已知等式学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！   
　　学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 所求n=4。

（3）根据杨辉恒等式学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

原式=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ =学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

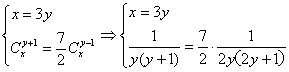
=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 　=学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

（4）注意到这里n满足的条件n≥5且n∈N\*　　　　 ①

在①之下，[学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！](http://www.zxxk.com/)

原不等式　学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！   
　　学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 　　学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 　　学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

∴由①、②得原不等式的解集为{5，6，7，…，11}

（5）由学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 注意到当y=0时，学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 无意义，原方程组可化为  
　　 由此解得学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 　　经检验知学科网(www.zxxk.com)--国内最大的教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ 是原方程组的解。