**排列与组合考点-高中数学选修2-3第一章**

**<<大纲>>要求:**

1. 掌握分类计数原理和分步计数原理及其简单应用;
2. 理解排列、组合的意义，掌握排列数、组合数的计算公式和组合数的性质及其简单应用；
3. 掌握二项式定理和二项式系数的性质，并能用它们计算和论证一些简单问题。

下面介绍其考点及其求解思路和方法。

**考点1 考查两个原理直接应用**

1. （03年天津）某城市的中心广场建造一个花圃，分为6个部分（如图）。现要种植4种不同色的花，每部分种一种且相邻部分不能种同样色的花，不同的种植方法有

解析：求解排列组合问题材时，一是观察取出的元素是否有顺序，从面确定是排列问题还是组合问题材；二是仔细审题，弄清怎样去完成这一件事，从而确定是分类计数还是分步计数原理。

解：按区域种植，选择相邻区域较多的先种，可分六步完成：

第一步从4种花中任先1种给1号区域种花，有4种方法；

第二步从余下的3种花中任先一种给2号区域种，有3种方法；

第三步从余下的2种花中任先1种种给3号区域种有2种方法；

第四步给4号区域种花，由于4号区域与2号区域不相邻，故这两个区域可分为同色与不同色两类：

若4号区域2号区域种同色花，则4号区域有1种种法，第五步给5号区域有2种种法；第六步给6号区域有1种种法；

若4号区域与2号区域种不同色花，则4号区域有1种种法，面5号区域的种法又可分为两类：若5号区域与2号区域种同色花，则5号区域有1种种法，6号区域有2种种法；若5号区域与2号区域种不同色花，则5号区域有1种种法，6号区域有1种种法。

由分步计数原理得不同的种植方法共有=120（种）

**考点2 考查特殊元素优先考虑问题**

例2 （04天津）从1，2，3，5，7，中任取2个数字，从0，2，4，6，8中任取2个数字，组成没有重担数字的四位数，其中通报被5整除的四位数共有 个。用数字作答）

解析：对于含有特殊元素的排列组合问题，一般应优先安排特殊位置上的特殊元素，再安排其他位置上的其他元素。

解：合条件四位数的个位必须是0、5，但0不能排在首位，故0是其中的特殊元素，应优先安排，按照0排在首位，0排在十位、百位和不含0为标准分为三类：

1. 0排在个位能被0整除的四位数有个
2. 0排在十位、百位，但5必须排在个位有 =48个
3. 不含0，但5必须排在个位有个

由分类计数原理得所求四位数共有300个。

**考点3 考查相邻排列计算问题**

例2（海春）有件不同的产品排成一排，若其中A、B两件不同的产品排在一起的排法有48种，则

解析：对于含有某几个元素相邻的排列问题可先将相邻元素“捆绑”起来视为一个大元素，与其他元素一起进行了全排列，然后瑞对相邻元素内部进行全排列，这就是处理相邻排列问题的“捆绑”方法。

解： 将A、B两件产品看作一个大元素，与其他产品排列有种排法；对于上述的每种排法，A、B两件产品之间又有种排法，由分步计数原理得满足条件的不同排法有 =48种，故

**考点4 考查互不相邻排列计算问题**

例4 （04辽）有两排座位，前排11个座位，后排12个座位，现安排2个就座，规定前排中间的3 个座位不能坐，并且这2人不左右相邻，那么不同排法的种数是（ ）

(A) 234 (B) 346 (C)350 (D) 363

解析：对于前排中某个元素互不不相邻的排列问题，可先将其它元素排成一排，然后将不相邻的元素插入这些排好的元素之间及两端的空隙中，这就是解决互不相邻问题最为奏效的插空法。

解：先将前排中间的5号、6号、7号座位和待安排2人的取出，再将剩下的18座位排成一列，然后妆待安排2人的座位插入这18座位之间及两端的空隙中，使这2人的座位互不相邻，有种方法；

但在前排的4号与8号座位、前排的11号与后排的1号座位之间可以同时插入待安排2人的座位满足条件，有种方法。

由分类计数原理得到不同排法的种数有

（种），选（B）。

**考点5 考查排列组合混合计算问题**

例5 （04陕）将4名教师分配到3种中学任教，每所中学到少1名教师，则不同的分配方案共有（ ）种

（A）12 （B） 24 （C）36 （D）48

解析：对于排列组合混合问题，可运用先分组（堆）后排列的策略求解，无次序分组问题常有“均匀分组、部分均匀分组、非均匀分组”等三种类型。计数时常有下面结论：对于其中的“均匀分组”和“部分均匀分组”问题，只需按“非均匀分组”列式后，再除以均匀组数的全排列数。

解：可分两步完成：第一步将4名教师部分均匀分为三组（1、1、2）有种方法；第二步将这三组教师分配到3所中学任教有种方法。由分步计数原理得不同的分配方案共有=36种。应选（B）。

**考点6 考查定序排列计算问题**

例6 （96全国）由数字0、1、2、3、4、5、组成没有重复数字的六位数，其中个位数字小于十位数字的共有（ ）个

（A） 210 （Ｂ）300 （C）464 （D）600

解析：对于部分元素定序排列问题，可先把定序元素与其它元素一同进行全排列，然后根据定序排列在整体排列中出现的概率，即用定序排列数去均分总排列数获解。

解：若不考虑附加条件，组成的六位数有个。在这些六位数中，只有个位数字小于和个位数字大于十位数字这两种情况，而这两种情况在整体排列中出现的概率均为，故所求六位数为=300个，应选（B）。

**考点7 考查等价转化计算问题**

例7 （04湖南）从正方体的八个顶点中任取三个点为顶点作三角形，其中直角三角形的个数为（　　　　）个

（Ａ）56 （B）52 （C）48 （D）40

解析：几何图形问题是高考的常考点。求解时，一要熟悉几何图形性质及点、线、面位置关系；二要按同一标准分类，避免重复、遗漏；三若直接求解困难或头绪繁多时，可从其反而去考虑，将其转化为简单的问题去解决。

解：从正方体的8个顶点中任取3个顶点可构成个三角形，其中非直角三角形的有两类：①上底面的每个顶点所在的侧面对角线与下底面相应的对角线构成1个正三角形，上底面的4个顶点共4个非直角三角形；②下底面的4个顶点所在的侧面对角线与上底面相应的结角线共构成4个非直角三角形。故所求直角三角形共有个，选（C）。

例8 （97全国）四面体的顶点和各棱中点共10个点，在其中取4个不共面的点，不同的取法共有（ ）种

（A） 150　　　（Ｂ）147 （C）144 （D）141

解：从10个点中任取4个噗有=210种取法，应剔除下面三类共面点：

1. 从四面体的每个面上的6个点中任取4个点必共面有=60种取法；
2. 四面体的每条棱上3个点与对棱中点共面有6种取法；
3. 6个中点连线有3对平行线段共面，故从这6个点中取4个共面中取4个共面点有3种取法。

故符合条件取法共210-60-6-3=141种。选（D）.

**考点8 考查二项展开式指定项求法**

例9 (04湖北) 已知的展开式中各项系数的和是128,则展开式中的系数是 .

解析:求二项展开式的指定项或其系数,常运用其通项公式,将其转化为方程问题去求解.

解:取得

 令 得 .

故展开式中的系数为.

**考点9 考查二项展开式系数和求法**

1. (04天津)若 ,则

 .

解析：直接展开由各项系数求解将误入歧途。二项式定理既是公式，又可视为方程式或恒等式，故可用多项式恒等理论和赋值法去求解。

解：取得 ；

故原式=

**考点10 考查三项展开式指定项求法**

例11 （92全）在的展开式中x的系数为（ ）

（A）160 （B）240 （C）360 D800

解析：求三顶展开式指定顶时，常通过恒等变形，将其转化为熟悉的两项式，然后分两步运用二项式定理展开求解。

解：=

展开式中x项的系数只能是在中，再次展开可得x项为故x项的系数为240，应选B。

此题亦可将其恒等变形为 ，再把它们分别展开，运用多顶式乘法集项法求解。

**考点11 考查二项式定理与近似估值问题**

例12 （04湖南）农民收入由工资性收入和其它收入两部分构成。03年某地区农民人均收入为3150元（其中工资源共享性收入为1800元，其它收入为1350元），预计该地区自04年起的5年内，农民的工资源共享性收入将以每年的年增长率增长，其它性收入每年增加160元。根据以上数据，08年该地区人均收入介于（ ）

（A）4200元~4400元 （B）4400元~4460元

（C）4460元~4800元 （D）4800元~5000元

解析：在处理与二项式高次幂有关的近似估值问题时，可运用二项式定理将其展开，经简略计算去解决估值问题。

解：08年农民工次性人均收入为

又08年农民其它人均收入为1350+160=2150

故08年农民人均总收入约为2405+2150=4555（元）。故选B

**考点12 考查二项式定理应用**

例13 （91三南）已知函数证明：对于任意不小于3的自然数n，

解析：若直接运用二项式定理或数学归纳法去证明困难都大，故应另辟解题蹊径，将其转化为熟悉命题：再证明就容易了。

证明：

， 展开至少有4项，故原命题获证。

历年高考排列组合和二项式定理的试题以客观题的形式出现，多为课本例题、习题迁移的改编题，难度不大，重点考查运用排列组合知识、二项式定理去解决问题的能力和逻辑划分、化归转化等思想方法。为此，只要我们熟悉两个原理，把握住**二项式定理**及其系数性质，会把实际问题化归为数学模型问题或方程问题去解决，就可顺利获解。