**复数代数形式的四则运算难题-高中数学选修2-2第三章**

一、选择题

1．设*z*1＝2＋*b*i，*z*2＝*a*＋i，当*z*1＋*z*2＝0时，复数*a*＋*b*i为(　　)

A．1＋i　　　　　　　 B．2＋i

C．3 D．－2－i

[答案]　D

[解析]　∵*z*1＋*z*2＝(2＋*b*i)＋(*a*＋i)

＝(2＋*a*)＋(*b*＋1)i＝0，

∴∴

∴*a*＋*b*i＝－2－i.

2．已知|*z*|＝4，且*z*＋2i是实数，则复数*z*＝(　　)

A．2－2i B．－2－2i

C．±2－2i D．2±2i

[答案]　C

[解析]　∵*z*＋2i是实数，可设*z*＝*a*－2i(*a*∈**R**)，

由|*z*|＝4得*a*2＋4＝16，

∴*a*2＝12，∴*a*＝±2，

∴*z*＝±2－2i.

3．(2014·浙江台州中学期中)设*x*∈**R**，则“*x*＝1”是“复数*z*＝(*x*2－1)＋(*x*＋1)i为纯虚数”的(　　)

A．充分必要条件 B．必要不充分条件

C．充分不必要条件 D．既不充分也不必要条件

[答案]　A

[解析]　*z*是纯虚数⇔⇔*x*＝1，故选A.

4．若复数*z*满足*z*＋(3－4i)＝1，则*z*的虚部是(　　)

A．－2 B．4

C．3 D．－4

[答案]　B

[解析]　*z*＝1－(3－4i)＝－2＋4i，故选B.

5．若*z*1＝2＋i，*z*2＝3＋*a*i(*a*∈**R**)，且*z*1＋*z*2所对应的点在实轴上，则*a*的值为(　　)

A．3 B．2

C．1 D．－1

[答案]　D

[解析]　*z*1＋*z*2＝2＋i＋3＋*a*i＝(2＋3)＋(1＋*a*)i＝5＋(1＋*a*)i.

∵*z*1＋*z*2所对应的点在实轴上，

∴1＋*a*＝0，∴*a*＝－1.

6．▱*ABCD*中，点*A*、*B*、*C*分别对应复数4＋i、3＋4i、3－5i，则点*D*对应的复数是(　　)

A．2－3i B．4＋8i

C．4－8i D．1＋4i

[答案]　C

[解析]　对应的复数为(3＋4i)－(4＋i)＝(3－4)＋(4－1)i＝－1＋3i，

设点*D*对应的复数为*z*，则对应的复数为(3－5i)－*z*.

由平行四边形法则知＝，

∴－1＋3i＝(3－5i)－*z*，

∴*z*＝(3－5i)－(－1＋3i)＝(3＋1)＋(－5－3)i＝4－8i.故应选C.

二、填空题

7．在复平面内，若、对应的复数分别为7＋i、3－2i，则 ||＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

[答案]　5

[解析]　||对应的复数为3－2i－(7＋i)＝－4－3i，所以||＝＝5.

8．(2014·揭阳一中期中)已知向量和向量对应的复数分别为3＋4i和2－i，则向量对应的复数为\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]　－1－5i

[解析]　∵＝－，∴对应复数为(2－i)－(3＋4i)＝－1－5i.

9．在复平面内，*O*是原点，*O*、*O*、*A*对应的复数分别为－2＋i、3＋2i、1＋5i，那么*B*对应的复数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]　4－4i

[解析]　*B*＝*O*－*O*

＝*O*－(*O*＋*A*)

＝3＋2i－(－2＋i＋1＋5i)

＝(3＋2－1)＋(2－1－5)i

＝4－4i.

三、解答题

10．已知平行四边形*ABCD*中，*A*与*A*对应的复数分别是3＋2i与1＋4i，两对角线*AC*与*BD*相交于*P*点．

(1)求*A*对应的复数；

(2)求*D*对应的复数；

(3)求△*APB*的面积．

[分析]　由复数加、减法运算的几何意义可直接求得*A*，*D*对应的复数，先求出向量*P*、*P*对应的复数，通过平面向量的数量积求△*APB*的面积．

[解析]　(1)由于*ABCD*是平行四边形，所以*A*＝*A*＋*A*，于是*A*＝*A*－*A*，而(1＋4i)－(3＋2i)＝－2＋2i，

即*A*对应的复数是－2＋2i.

(2)由于*D*＝*A*－*A*，而(3＋2i)－(－2＋2i)＝5，

即*D*对应的复数是5.

(3)由于*P*＝*C*＝－*A*＝，

*P*＝*D*＝，

于是*P*·*P*＝－，

而||＝，||＝，

所以··cos∠*APB*＝－，

因此cos∠*APB*＝－，故sin∠*APB*＝，

故*S*△*APB*＝||||sin∠*APB*

＝×××＝.

即△*APB*的面积为.

[点评]　(1)根据复数加减法运算的几何意义可以把复数的加减法运算转化为向量的坐标运算．

(2)复数加减法运算的几何意义为应用数形结合思想解决复数问题提供了可能．

****

一、选择题

11．已知复数*z*1＝3＋2i，*z*2＝1－3i，则复数*z*＝*z*1－*z*2在复平面内对应的点*Z*位于复平面内的(　　)

A．第一象限 B．第二象限

C．第三象限 D．第四象限

[答案]　A

[解析]　∵*z*1＝3＋2i，*z*2＝1－3i，

∴*z*＝*z*1－*z*2＝3＋2i－(1－3i)＝(3－1)＋(2＋3)i

＝2＋5i.

∴点*Z*位于复平面内的第一象限．故应选A.

12．若复数(*a*2－4*a*＋3)＋(*a*－1)i是纯虚数，则实数*a*的值为(　　)

A．1 B．3

C．1或3 D．－1

[答案]　B

[解析]　由条件知∴*a*＝3.

13．(2014·新乡、许昌、平顶山调研)复数*z*1、*z*2满足*z*1＝*m*＋(4－*m*2)i，*z*2＝2cos*θ*＋(*λ*＋3sin*θ*)i(*m*、*λ*、*θ*∈**R**)，并且*z*1＝*z*2，则*λ*的取值范围是(　　)

A．[－1,1] B．[－，1]

C．[－，7] D． [，1]

[答案]　C

[解析]　∵*z*1＝*z*2，∴

∴*λ*＝4sin2*θ*－3sin*θ*＝4(sin*θ*－)2－，

∵sin*θ*∈[－1,1]，∴*λ*∈[－，7]．

二、填空题

14．在复平面内，*z*＝cos10＋isin10的对应点在第\_\_\_\_\_\_\_\_象限．

[答案]　三

[解析]　∵3π<10<，∴cos10<0，sin10<0，

∴*z*的对应点在第三象限．

15．若|*z*－1|＝|*z*＋1|，则|*z*－1|的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]　1

[解析]　解法一：设*z*＝*a*＋*b*i，(*a*，*b*∈**R**)，

则|(*a*－1)＋*b*i|＝|(*a*＋1)＋*b*i|.

∴＝，

即*a*＝0，∴*z*＝*b*i，*b*∈**R**，

∴|*z*－1|*m*i*n*＝|*b*i－1|*m*i*n*＝，

故当*b*＝0时，|*z*－1|的最小值为1.

解法二∵|*z*－1|＝|*z*＋1|，

∴*z*的轨迹为以(1,0)，(－1,0)为端点的线段的垂直平分线，即*y*轴，|*z*－1|表示，*y*轴上的点到(1,0)的距离，所以最小值为1.

三、解答题

16．已知*z*1＝(3*x*＋*y*)＋(*y*－4*x*)i，*z*2＝(4*y*－2*x*)－(5*x*＋3*y*)i(*x*，*y*∈**R**)，设*z*＝*z*1－*z*2，且*z*＝13－2i，求*z*1、*z*2.

[解析]　*z*＝*z*1－*z*2＝(3*x*＋*y*)＋(*y*－4*x*)i－[(4*y*－2*x*)－(5*x*＋3*y*)i]＝[(3*x*＋*y*)－(4*y*－2*x*)]＋[(*y*－4*x*)＋(5*x*＋3*y*)]i＝(5*x*－3*y*)＋(*x*＋4*y*)i，

又因为*z*＝13－2i，且*x*、*y*∈**R**，

所以解得

所以*z*1＝(3×2－1)＋(－1－4×2)i＝5－9i，

*z*2＝4×(－1)－2×2－[5×2＋3×(－1)]i＝－8－7i.

\*17.已知关于*t*的方程*t*2＋2*t*＋2*xy*＋(*t*＋*x*－*y*)i＝0(*x*、*y*∈**R**)，求使该方程有实根的点(*x*，*y*)的轨迹方程．

[解析]　设原方程的一个实根为*t*＝*t*0，则有

(*t*＋2*t*0＋2*xy*)＋(*t*0＋*x*－*y*)i＝0.

根据复数相等的充要条件有

把②代入①中消去*t*0，得(*y*－*x*)2＋2(*y*－*x*)＋2*xy*＝0，

即(*x*－1)2＋(*y*＋1)2＝2.

故所求点的轨迹方程为(*x*－1)2＋(*y*＋1)2＝2.

[点评]　因为*t*0为实数，故根据复数相等的充要条件让实部与虚部分别为0，而要求的是点(*x*，*y*)的轨迹方程，故应用代入消元法将*t*0消去整理即可．