**数学归纳法考点-高中数学选修2-2第二章**

**一、填空题**

1. **（2013·湖北高考理科·Ｔ14）**古希腊毕达哥拉斯学派的数学家研究过各种多边形数，如三角形数1,3,6,10，…，第n个三角形数为，记第n个k边形数为N(n,k)(k≥3),以下列出了部分k边形数中第n个数的表达式：

三角形数 N(n,3)= ，

正方形数 N(n,4)=n2，

五边形数 N(n,5)= ，

六边形数 N(n,6)=，

………………………………………

可以推测N(n,k)的表达式，由此计算N(10,24)=

【解题指南】归纳出结论，代入数值计算。

【解析】

三角形数 ，

正方形数  =，

五边形数 =，

六边形数 ==，

………………………………………

推测k边形

.

所以.

【答案】1000

**二、解答题**

2.**（2013·江苏高考数学科·Ｔ23）**设数列1，-2，-2，3，3，3，-4，-4，-4，-4，………，20130608121111056…,即当时。记.对于，定义集合Pl={n|Sn为an的整数倍,,且1≤n≤}

(1)求P11中元素个数.

(2)求集合P2000中元素个数.

【解题指南】主要考查集合、数列的概念和运算、计数原理等基础知识, 考查探究能力及运用数学归纳法的推理论证能力

【解析】由数列的定义得 = 1,  = - 2, = - 2,  = 3, = 3, = 3, = - 4, = -4,  = - 4,  = - 4,  = 5, 所以

= 1, = - 1, = - 3, = 0,  = 3, = 6,  = 2,  = -2,  = -6, = -10, = -5, 从而= ，= 0,= , = 2,  = -,所以集合中元素的个数为5.

（2）先证:Si(2i+1)= -*i*(2*i*+1)(*i**N\**).

事实上, ①当 i = 1 时, Si(2i+1)= S3 = -3, -i(2i+1)= -3, 故原等式成立;

②假设 i =m 时成立, 即 Sm(2m+1)= -m(2m+1), 则 i =m+1 时, S(m+1)(2m+3) = Sm(2m+1) + (2m+1)2-(2m+2)2= -m(2m+1)-4m-3 = -(2m2+5m+3)= -(m+1)(2m+3)

综合①②可得 Si(2i+1)= -i(2i+1).

于是S(i+1)(2i+1)= Si(2i+1) +(2i+1)2= -i(2i+1)+(2i+1)2= (2i+1)(i+1).

由上述内容可知 Si(2i+1)是 2i+1 的倍数, 而 ai(2i+1)+j= 2i+1( j = 1, 2, …, 2i+1),

所以Si(2i+1)+j=Si(2i+1) +j(2i+1)是 ai(2i+1)+j(j = 1, 2, …, 2i+1)的倍数. 又 S(i+1)(2i+1) = (i+1)(2i+1)不是 2i + 2 的倍数, 而 a(i+1)(2i+1)+j= - (2i + 2) (j =1, 2, …, 2i+2),

所以S(i+1)(2i+1)+j=S(i+1)(2i+1)-j(2i+2)=(2i+1)(i+1)-j(2i+2)不是a(i+1)(2i+1)+j ，(j =1, 2, …, 2i+2)的倍数, 故当 =i(2i+1)时, 集合中元素的个数为1+3+…+(2i-1)=i2, 于是=i(2i+1)+j (1j2i+1)时, 集合中元素的个数为i2+j.

又2000 = 31(231+1)+47, 故集合P2000中元素的个数为312+47008.