**数学归纳法易错点-高中数学选修2-2第二章**

# 【易错点】数学归纳法的应用。学生易缺乏应用数学归纳法解决与自然数有关问题的意识，忽视其步骤的规范性及不理解数学归纳法的每一步的意义所在。

例、自然状态下的鱼类是一种可再生资源，为持续利用这一资源，需从宏观上考察其再生能力及捕捞强度对鱼群总量的影响。用表示某鱼群在第n年年初的总量，n∈N＊，且＞0。不考虑其它因素，设在第n年内鱼群的繁殖量及捕捞量都与成正比，死亡量与成正比，这些比例系数依次为正常数a，b，c。（Ⅰ）求与的关系式；（Ⅱ）猜测：当且仅当，a，b，c满足什么条件时，每年年初鱼群的总量保持不变？（不要求证明）（Ⅲ）设a＝2，b＝1，为保证对任意∈（0,2），都有＞0，，则捕捞强度b的最大允许值是多少？证明你的结论。

【易错点分析】本题为数列模型应用题,主要考查数列、不等式和数学归纳法。高考主要涉及两种类型应用题，一种类型为概率，另一种为数列。给我们信息：数学越来越贴近生活，数学越来越强调实用性, 我们在备考中要注意对几种常见模型建模的训练；可见，高考数学越来越注意与函数、不等式、导数、向量等工具结合，这是将来高考的方向，

【解析】（I）从第n年初到第n+1年初，鱼群的繁殖量为**，被捕捞量为，死亡量为

因此即。

（II）若每年年初鱼群总量保持不变，则恒等于，，从而由上式得恒等于零, 故即 因为**>0，所以**.猜测：当且仅当**，且时，每年年初鱼群的总量保持不变.

（Ⅲ）若b的值使得>0，，由** 知 , 特别地，有. 即，而∈(0, 2)，所以，由此猜测b的最大允许值是1. 下证 当∈(0, 2) ，b=1时，都有∈(0, 2), 。 ①当n=1时，结论显然成立.②假设当n=k时结论成立，即∈(0, 2),则当n=k+1时，**.又因为*.*所以**∈(0, 2)，故当n=k+1时结论也成立.由①、②可知，对于任意的，都有∈(0,2).综上所述，为保证对任意∈(0, 2), 都有>0， ，则捕捞强度b的最大允许值是1.

【知识点归类点拔】归纳是一种有特殊事例导出一般原理的思维方法。归纳推理分完全归纳推理与不完全归纳推理两种。不完全归纳推理只根据一类事物中的部分对象具有的共同性质，推断该类事物全体都具有的性质，这种推理方法，在数学推理论证中是不允许的。完全归纳推理是在考察了一类事物的全部对象后归纳得出结论来。数学归纳法是用来证明某些与自然数有关的数学命题的一种推理方法，在解数学题中有着广泛的应用。它是一个递推的数学论证方法，论证的第一步是证明命题在n＝1(或n)时成立，这是递推的基础；第二步是假设在n＝k时命题成立，再证明n＝k＋1时命题也成立，这是无限递推下去的理论依据，它判断命题的正确性能否由特殊推广到一般，实际上它使命题的正确性突破了有限，达到无限。这两个步骤密切相关，缺一不可，完成了这两步，就可以断定“对任何自然数（或n≥n且n∈N）结论都正确”。由这两步可以看出，数学归纳法是由递推实现归纳的，属于完全归纳.运用数学归纳法证明问题时，关键是n＝k＋1时命题成立的推证，此步证明要具有目标意识，注意与最终要达到的解题目标进行分析比较，以此确定和调控解题的方向，使差异逐步减小，最终实现目标完成解题。运用数学归纳法，可以证明下列问题：与自然数n有关的恒等式、代数不等式、三角不等式、数列问题、几何问题、整除性问题等等。

【练】

（Ⅰ）设函数，求的最小值；

（Ⅱ）设正数满足，证明 

答案：（Ⅰ）（Ⅱ）用数学归纳法证明。

（2）（2005高考辽宁）已知函数设数列}满足，数列}满足

（Ⅰ）用数学归纳法证明； （Ⅱ）证明