**数学归纳法试题及答案-高中数学选修2-2第二章**

1．用数学归纳法证明“2*n*>*n*2＋1对于*n*≥*n*0的自然数*n*都成立”时，第一步证明中的起始值*n*0应取

(　　)．

A．2 B．3 C．5 D．6

解析　当*n*取1、2、3、4时2*n*>*n*2＋1不成立，当*n*＝5时，25＝32>52＋1＝26，第一个能使2*n*>*n*2＋1的*n*值为5，故选C.

答案　C

2．用数学归纳法证明等式1＋2＋3＋…＋(*n*＋3)＝(*n*∈**N**＋)，验证*n*＝1时，左边应取的项是

(　　)．

A．1 B．1＋2

C．1＋2＋3 D．1＋2＋3＋4

解析　等式左边的数是从1加到*n*＋3.

当*n*＝1时，*n*＋3＝4，故此时左边的数为从1加到4.

答案　D

3．设*f*(*n*)＝1＋＋＋…＋(*n*∈**N**＋)，那么*f*(*n*＋1)－*f*(*n*)等于

(　　)．

A. B.＋

C.＋ D.＋＋

解析　∵*f*(*n*)＝1＋＋＋…＋，

∵*f*(*n*＋1)＝1＋＋＋…＋＋＋＋，

∴*f*(*n*＋1)－*f*(*n*)＝＋＋.

答案　D

4．用数学归纳法证明关于*n*的恒等式，当*n*＝*k*时，表达式为1×4＋2×7＋…＋*k*(3*k*＋1)＝*k*(*k*＋1)2，则当*n*＝*k*＋1时，表达式为\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案　1×4＋2×7＋…＋*k*(3*k*＋1)＋(*k*＋1)(3*k*＋4)＝(*k*＋1)(*k*＋2)2

5．记凸*k*边形的内角和为*f*(*k*)，则凸*k*＋1边形的内角和*f*(*k*＋1)＝*f*(*k*)＋\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析　由凸*k*边形变为凸*k*＋1边形时，增加了一个三角形图形，故*f*(*k*＋1)＝*f*(*k*)＋π.

答案　π

6．用数学归纳法证明：

＋＋…＋＝＋＋…＋.

证明　(1)当*n*＝1时，左边＝＝，右边＝，等式成立．

(2)假设当*n*＝*k*(*k*∈**N\***)时，等式成立，即

＋＋…＋＝＋＋…＋.

则当*n*＝*k*＋1时，

＋＋…＋＋

＝＋＋…＋＋

＝＋＋…＋＋＋

＝＋＋…＋＋＋

＝＋＋…＋＋.即当*n*＝*k*＋1时，等式成立．

根据(1)(2)可知，对一切*n*∈**N\***，等式成立．

7．若命题*A*(*n*)(*n*∈**N**\*)在*n*＝*k*(*k*∈**N**\*)时命题成立，则有*n*＝*k*＋1时命题成立．现知命题对*n*＝*n*0(*n*0∈**N**\*)时命题成立，则有

(　　)．

A．命题对所有正整数都成立

B．命题对小于*n*0的正整数不成立，对大于或等于*n*0的正整数都成立

C．命题对小于*n*0的正整数成立与否不能确定，对大于或等于*n*0的正整数都成立

D．以上说法都不正确

解析　由已知得*n*＝*n*0(*n*0∈**N**\*)时命题成立，则有*n*＝*n*0＋1时命题成立；在*n*＝*n*0＋1时命题成立的前提下，又可推得*n*＝(*n*0＋1)＋1时命题也成立，依此类推，可知选C.

答案　C

8．用数学归纳法证明(*n*＋1)(*n*＋2)(*n*＋3)…(*n*＋*n*)＝2*n*·1·3·…·(2*n*－1)(*n*∈**N**\*)，从*n*＝*k*到*n*＝*k*＋1，左边增加的代数式为

(　　)．

A．2*k*＋1 B．2(2*k*＋1)

C. D.

解析　*n*＝*k*时，左边＝(*k*＋1)(*k*＋2)…(2*k*)；*n*＝*k*＋1时，左边＝(*k*＋2)(*k*＋3)…(2*k*＋2)＝2(*k*＋1)(*k*＋2)…(2*k*)(2*k*＋1)，故选B.

答案　B

9．分析下述证明2＋4＋…＋2*n*＝*n*2＋*n*＋1(*n*∈**N**＋)的过程中的错误：

证明　假设当*n*＝*k*(*k*∈**N**＋)时等式成立，即2＋4＋…＋2*k*＝*k*2＋*k*＋1，那么2＋4＋…＋2*k*＋2(*k*＋1)＝*k*2＋*k*＋1＋2(*k*＋1)＝(*k*＋1)2＋(*k*＋1)＋1，即当*n*＝*k*＋1时等式也成立．因此对于任何*n*∈**N**＋等式都成立．\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案　缺少步骤归纳奠基，实际上当*n*＝1时等式不成立

10．用数学归纳法证明(1＋1)(2＋2)(3＋3)…(*n*＋*n*)＝2*n*－1·(*n*2＋*n*)时，从*n*＝*k*到*n*＝*k*＋1左边需要添加的因式是\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析　当*n*＝*k*时，左端为：(1＋1)(2＋2)…(*k*＋*k*)，

当*n*＝*k*＋1时，

左端为：(1＋1)(2＋2)…(*k*＋*k*)(*k*＋1＋*k*＋1)，

由*k*到*k*＋1需添加的因式为：(2*k*＋2)．

答案　2*k*＋2

11．用数学归纳法证明

12＋22＋…＋*n*2＝(*n*∈**N**\*)．

证明　(1)当*n*＝1时，左边＝12＝1，

右边＝＝1，

等式成立．

(2)假设当*n*＝*k*(*k*∈**N**\*)时等式成立，即

12＋22＋…＋*k*2＝

那么，

12＋22＋…＋*k*2＋(*k*＋1)2

＝＋(*k*＋1)2

＝

＝

＝

＝，

即当*n*＝*k*＋1时等式也成立．

根据(1)和(2)，可知等式对任何*n*∈**N**\*都成立．

12．(创新拓展)已知正数数列{*an*}(*n*∈**N**\*)中，前*n*项和为*Sn*，且2*Sn*＝*an*＋，用数学归纳法证明：*an*＝－.

证明　(1)当*n*＝1时．

*a*1＝*S*1＝，

∴*a*＝1(*an*>0)，

∴*a*1＝1，又－＝1，

∴*n*＝1时，结论成立．

(2)假设*n*＝*k*(*k*∈**N**\*)时，结论成立，

即*ak*＝－.

当*n*＝*k*＋1时，

*ak*＋1＝*Sk*＋1－*Sk*

＝－

＝－

＝－

∴*a*＋2*ak*＋1－1＝0，解得*ak*＋1＝－(*an*>0)，

∴*n*＝*k*＋1时，结论成立．

由(1)(2)可知，对*n*∈**N**\*都有*an*＝－.