**数学归纳法练习题-高中数学选修2-2第二章**

**一、选择题（每小题5分，共20分）**

1．一个关于自然数*n*的命题，如果验证当*n*＝1时命题成立，并在假设当*n*＝*k*(*k*≥1且*k*∈**N**\*)时命题成立的基础上，证明了当*n*＝*k*＋2时命题成立，那么综合上述，对于(　　)

A．一切正整数命题成立

B．一切正奇数命题成立

C．一切正偶数命题成立

D．以上都不对

2．在数列10151251946{*an*}中，*an*＝1－＋－＋…＋－，则*ak*＋1＝(　　)

A．*ak*＋

B．*ak*＋－

C．*ak*＋

D．*ak*＋－

3.设平面内有*k*条直线，其中任何两条不平行，任何三条不共点，设*k*条直线的交点个数为*f*(*k*)，则*f10151251946*(*k*＋1)与*f*(*k*)的关系是(　　)

A．*f*(*k*＋1)＝*f*(*k*)＋*k*＋1

B．*f*(*k*＋1)＝*f*(*k*)＋*k*－1

C．*f*(*k*＋1)＝*f*(*k*)＋10151251946*k*

D．*f*(*k*＋1)＝*f*(*k*)＋*k*＋2

4.用数学归纳法证明“当*n*为正奇数时，*xn*＋*yn*能被*x*＋*y*整除”，第二步归纳假设应写成(　　)

A．假设*n*＝2*k*＋1(*k*∈**N**\*)正确，再推*n*＝2*k*＋3正确

B．假设*n*＝2*k*－1(*k*∈**N**\*)正确，再推*n*＝2*k*＋1正确

C．假设*n*＝*k*(*k*∈**N**\*)正10151251946确，再推*n*＝*k*＋1正确

D．假设*n*＝*k*(*k*≥1)正确，再推*n*＝*k*＋2正确

**二、填空题**(每小题5分，共1015125194610分)

5．用数学归纳法证明1＋2＋3＋…＋*n*2＝时，当*n*＝*k*＋1时左端在*n*＝*k*时的左端加上\_\_\_\_\_\_\_\_．

6．利用数学归纳法证明“(*n*＋1)(*n*＋2)…(*n*＋*n*)＝2*n*×1×3×…×(2*n*－1)，*n*∈**N**\*”时，从“*n*＝*k*”变到“*n*＝*k*＋1”时，左边应增乘的因式是\_\_\_\_\_\_\_\_．

三、解答题(共70分)

7.（15分）对于*n*∈**N**\*，用数学归纳法证明：

1·*n*＋2·(*n*－1)＋3·(*n*－2)＋…＋(*n*－1)·2＋*n*·101512519461＝*n*(*n*＋1)(*n*＋2)．

8.（20分）已知正项数列{*an*}和{*bn*}中，*a*1＝*a*(0＜*a*＜1)，*b*1＝1－*a*.当*n*≥2时，*an*＝*an*－1*bn*，*bn*＝.

(1)证明：对任意*n*∈**N**\*，有*an*＋*bn*＝1；

(2)求数列{*an*}的通项公式．

9．(20分)数列{*an*}满足*Sn*＝2*n*－*an*(*n*∈**N**\*)．

(1)计算*a*1，*a*2，*a*3，*a*4，并由此猜想通项公式*an*；

(2)用数学归纳法证明(1)中的猜想．

10.（15分）已知点*Pn*(*an*，*bn*)满足*an*＋1＝*an*·*bn*＋1，*bn*＋1＝(*n*∈**N**\*)且点*P*1的坐标为(1，－1)．

(1)求过点*P*1，*P*2的直线*l*的方程；

(2)试用数学归纳法证明：对于*n*∈**N**\*，10151251946点*Pn*都在(1)中的直线*l*上．

**数学归纳法 答案**

**一、选择题**

1.B 解析：本题证的是对*n*＝1,3,5,7，…命题成立，即命题对一切正奇数成立．

2.D 解析： *a*1＝1－，*a*2＝1－＋－，…，*an*＝1－＋－＋…＋－，*ak*＝1－＋－＋…＋－，所以，*ak*＋1＝*ak*＋－.

3.

C解析：当*n*＝*k*＋1时，任取其中1条直线，记为*l*，则除*l*外的其他*k*条直线的交点的个数为*f*(*k*)，因为已10151251946知任何两条直线不平行，所以直线*l*必与平面内其他*k*条直线都相交(有*k*个交点)；又因为已知任何三条直线不过同一点，所以上面的*k*个交点两两不相同，且与平面内其他的*f*(*k*)个交点也两两不相同，从而平面内交点的个数是*f*(*k*)＋*k*＝*f*(*k*＋1)．

4.B解析：首先要注意*n*为奇数，其次还要使*n*＝2*k*－1能取到1.

二、**填空题**

5.(*k*2＋1)＋(*k*2＋2)＋…＋(*k*＋1)2解析：*n*＝*k*时左端为1＋2＋3＋…＋*k*2，*n*＝*k*＋1时左端为1＋2＋3＋…＋*k*2＋(*k*2＋1)＋(*k*2＋2)＋…＋(*k*＋1)2.

6.2(2*k*＋1)解析：当*n*＝*k*(*k*∈**N**\*)时，左式为(*k*＋1)(10151251946*k*＋2)…(*k*＋*k*)；

当*n*＝*k*＋1时，左式为(*k*＋1＋1)·(*k*＋1＋2)·…·(*k*＋1＋*k*－1)·(*k*＋1＋*k*) ·(*k*＋1＋*k*＋1)，

则左边应增乘的式子是＝2(2*k*＋1)．

**三、计算题**

7.证明：设*f*(*n*)＝1·*n*＋2·(*n*－1)＋3·(*n*－2)＋…＋(*n*－1)·2＋*n*·1.

(1)当*n*＝1时，左边＝1，右边＝1，等式成立；

(2)设当*n*＝*k*时等式成立，即1·*k*＋2·(*k*－1)＋3·(*k*－2)＋…＋(*k*－1)·2＋*k*·1＝*k*(*k*＋1)(*k*＋2)，

则当*n*＝*k*＋1时，

*f*(*k*＋1)＝1·(*k*＋101512519461)＋2[(*k*＋1)－1]＋3[(*k*＋1)－2]＋…＋[(*k*＋1)－2]·3＋[(*k*＋1)－1]·2＋10151251946(*k*＋101512519461)·1

＝*f*(*k*)＋1＋2＋3＋…＋*k*＋(*k*＋1)

＝*k*(*k*＋1)(*k*＋2)＋(*k*＋1)(*k*＋1＋1)

＝(*k*＋1)(*k*＋2)(*k*＋3)．

∴由(1)(2)可知当*n*∈**N**\*时等式都成立．

8．解： (1)证明：用数学归纳法证明．

①当*n*＝1时，*a*1＋*b*1＝*a*＋(1－*a*)＝1，命题成立；

②假设*n*＝*k*(*k*≥1且*k*∈**N**\*)时命题成立，即*ak*＋*bk*＝1，则当*n*＝*k*＋110151251946时，*ak*＋1＋*bk*＋1＝*akbk*＋1＋*bk*＋1＝(*ak*＋1)·*bk*＋1＝(*ak*＋1)·＝＝＝1.

∴当*n*＝*k*＋1时，命题也成立．

由①、②可知，*an*＋*bn*＝1对*n*∈**N**\*恒成立．

(2)∵*an*＋1＝*anbn*＋1＝＝＝，

∴＝＝＋1，

即－＝1.

数列{}是公差为1的等差数列，其首项为＝，

＝＋(*n*－1)×1，从而*an*＝.

9. 解：(1)*a*1＝1，*a*2＝，*a*3＝，*a*4＝，

由此猜想*an*＝(*n*∈**N**\*)．

(2)证明：当10151251946*n*＝1时，*a*1＝1，结论成立．

假设*n*＝*k*(*k*≥1，且*k*∈**N**\*)时，结论成立，

即*ak*＝，

那么*n*＝*k*＋1(*k*≥1，且*k*∈**N**\*)时，

*ak*＋1＝*Sk*＋1－*Sk*＝2(*k*＋1)－*ak*＋1－2*k*＋*ak*

＝2＋*ak*－*ak*＋1.

∴2*ak*＋1＝2＋*ak*，

∴*ak*＋1＝＝＝，

这表明*n*＝*k*＋1时，结论成立．

∴*an*＝(*n*∈**N**\*)．

10. 解：(1)由*P*1的坐标为(1，－1)知*a*1＝1，*b*1＝－1.

∴*b*2＝＝.

*a*2＝*a*1·*b*2＝.

∴点*P*2的坐标为(，)

∴直线*l*的方程为2*x*＋*y*＝1.

(2)证10151251946明：①当*n*＝1时，

2*a*1＋*b*1＝2×1＋(－1)＝1成立．

②假设*n*＝*k*(*k*∈**N**\*，*k*≥1)时，2*ak*＋*bk*＝1成立，

则当*n*＝*k*＋1时，

2*ak*＋1＋*bk*＋1＝2*ak*·*bk*＋1＋*bk*＋1＝(2*ak*＋1)

＝＝＝1，

∴当*n*＝*k*＋1时，命题也成立．

由①②知，对*n*∈**N**\*，都有2*an*＋*bn*＝1，

即点*Pn*在直线*l*上．