**直接证明与间接证明题库及答案-高中数学选修2-2第二章**

一、选择题

1．命题“对于任意角*θ*，cos4*θ*－sin4*θ*＝cos 2*θ*”的证明：

“cos4*θ*－sin4*θ*＝(cos2*θ*－sin2*θ*)(cos2*θ*＋sin2*θ*)＝cos2*θ*－sin2*θ*＝cos 2*θ*”，其过程应用了(　　)

A．分析法

B．综合法

C．综合法、分析法综合使用

D．间接证法

【解析】　结合分析法及综合法的定义可知B正确．

【答案】　B

2．(2013·台州高二检测)设*a*，*b*∈**R**，且*a*≠*b*，*a*＋*b*＝2，则必有(　　)

A．1≤*ab*≤

B.<*ab*<1

C．*ab*<<1

D．*ab*<1<

【解析】　∵*a*＋*b*＝2且*a*≠*b*，∴*ab*<()2＝1，>()2＝1.

∴>1>*ab*，故选D.

【答案】　D

3．若*P*＝＋，*Q*＝＋(*a*≥0)，则*P*、*Q*的大小关系是(　　)

A．*P*＞*Q* B．*P*＝*Q*

C．*P*＜*Q* D．由*a*的取值确定

【解析】　欲比较*P*，*Q*，只需比较*P*2＝2*a*＋7＋2与*Q*2＝2*a*＋7＋2，

只需比较*a*2＋7*a*与*a*2＋7*a*＋12，显然前者小．

【答案】　C

4．设甲：函数*f*(*x*)＝|*x*2＋*mx*＋*n*|有四个单调区间，乙：函数*g*(*x*)＝lg(*x*2＋*mx*＋*n*)的值域为**R**，那么甲是乙的(　　)

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

D．以上均不对

【解析】　对甲，要使*f*(*x*)＝|*x*2＋*mx*＋*n*|有四个单调区间，只需要Δ＝*m*2－4*n*>0即可；对乙，要使*g*(*x*)＝lg(*x*2＋*mx*＋*n*)的值域为**R**，只需要*u*＝*x*2＋*mx*＋*n*的值域包含区间(0，＋∞)，只需要Δ＝*m*2－4*n*≥0，∴甲是乙的充分不必要条件．

【答案】　A

5．(2013·黄冈高二检测)下列不等式不成立的是(　　)

A．*a*2＋*b*2＋*c*2≥*ab*＋*bc*＋*ca*

B.＋>(*a*>0，*b*>0)

C.－<－(*a*≥3)

D.＋>2

【解析】　对A，∵*a*2＋*b*2≥2*ab*，*b*2＋*c*2≥2*bc*，*a*2＋*c*2≥2*ac*，∴*a*2＋*b*2＋*c*2≥*ab*＋*bc*＋*ca*；对B，∵(＋)2＝*a*＋*b*＋2，()2＝*a*＋*b*，∴＋>；

对C，要证－<－(*a*≥3)成立，只需证明＋<＋，两边平方得2*a*－3＋2<2*a*－3＋2，

即<，两边平方得*a*2－3*a*<*a*2－3*a*＋2，即0<2.

因为0<2显然成立，所以原不等式成立；

对于D，(＋)2－(2)2

＝12＋4－24＝4(－3)<0，

∴＋<2，故D错误．

【答案】　D

二、填空题

6．若lg *x*＋lg *y*＝2lg(*x*－2*y*)，则log＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

【解析】　由条件知lg *xy*＝lg(*x*－2*y*)2，

∴*xy*＝(*x*－2*y*)2，即*x*2－5*xy*＋4*y*2＝0，

即()2－5＋4＝0，∴＝4或＝1，又*x*＞2*y*，故＝4.

∴log＝log4＝4.

【答案】　4

7．已知*a*，*b*是不相等的正数，*x*＝，*y*＝，则*x*，*y*的大小关系是\_\_\_\_\_\_\_\_．

【解析】　*x*2－*y*2＝－(*a*＋*b*)

＝＝－≤0，

∴*x*2≤*y*2.

∵*a*，*b*是不相等的正数，∴*x*>0，*y*>0，*x*≠*y*，∴*x*2<*y*2即*x*<*y*.

【答案】　*x*<*y*

8．已知数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*，*f*(*x*)＝，*an*＝log2，则*S*2 011＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

【解析】　*an*＝log2＝log2*f*(*n*＋1)－log2*f*(*n*)，

∴*S*2 011＝*a*1＋*a*2＋*a*3＋…＋*a*2 011

＝[log2*f*(2)－log2*f*(1)]＋[log2*f*(3)－log2*f*(2)]＋[log2*f*(4)－log2*f*(3)]＋…＋[log2*f*(2 012)－log2*f*(2 011)]＝log2*f*(2 012)－log2*f*(1)

＝log2－log2＝log2＋1.

【答案】　log2＋1

三、解答题

9．(2013·东城高二检测)用分析法证明：若*a*>0，则－≥*a*＋－2.

【证明】　要证 －≥*a*＋－2.

只需证 ＋2≥*a*＋＋.

∵*a*>0，∴两边均大于零，

因此只需证 (＋2)2≥(*a*＋＋)2，

只需证*a*2＋＋4＋4

≥*a*2＋＋4＋2(*a*＋)，

只需证 ≥(*a*＋)，

只需证*a*2＋≥(*a*2＋＋2)，

即证*a*2＋≥2，它显然成立，

∴原不等式成立．

10．(2013·武汉高二检测)(1)求证：*a*2＋*b*2＋3≥*ab*＋(*a*＋*b*)．

(2)已知*a*，*b*，*c*均为正实数，且*a*＋*b*＋*c*＝1.

求证：(－1)(－1)(－1)≥8.

【证明】　(1)∵*a*2＋*b*2≥2*ab*，*a*2＋3≥2*a*，

*b*2＋3≥2*b*，

将此三式相加得2(*a*2＋*b*2＋3)

≥2*ab*＋2*a*＋2*b*，

∴*a*2＋*b*2＋3≥*ab*＋(*a*＋*b*)．

(2)∵*a*，*b*，*c*均为正实数，且*a*＋*b*＋*c*＝1，

∴(－1)(－1)(－1)

＝··

＝··≥2·2·2＝8.

故(－1)(－1)(－1)≥8.

11．(1)设*x*≥1，*y*≥1，证明*x*＋*y*＋≤＋＋*xy*；

(2)设1＜*a*≤*b*≤*c*，证明log*ab*＋log*bc*＋log*ca*≤log*ba*＋log*cb*＋log*ac*.

【证明】　(1)由于*x*≥1，*y*≥1，所以*x*＋*y*＋≤＋＋*xy*⇔*xy*(*x*＋*y*)＋1≤*y*＋*x*＋(*xy*)2.

将上式中的右式减左式，得

[*y*＋*x*＋(*xy*)2]－[*xy*(*x*＋*y*)＋1]

＝[(*xy*)2－1]－[*xy*(*x*＋*y*)－(*x*＋*y*)]

＝(*xy*＋1)(*xy*－1)－(*x*＋*y*)(*xy*－1)

＝(*xy*－1)(*xy*－*x*－*y*＋1)

＝(*xy*－1)(*x*－1)(*y*－1)．

由于*x*≥1，*y*≥1，所以(*xy*－1)(*x*－1)(*y*－1)≥0，从而所要证明的不等式成立．

(2)设log*ab*＝*x*，log*bc*＝*y*，由对数的换底公式得log*ca*＝，log*ba*＝，log*cb*＝，log*ac*＝*xy*.

于是，所要证明的不等式即为*x*＋*y*＋≤＋＋*xy*.

又由于1＜*a*≤*b*≤*c*，所以*x*＝log*ab*≥1，*y*＝log*bc*≥1.

故由(1)知所要证明的不等式成立.