**直接证明与间接证明解题方法与技巧-高中数学选修2-2第二章**

题型一　综合法的应用

【例1】 设数列{*an*}的前*n*项和为*Sn*，且(3－*m*)*Sn*＋2*man*＝*m*＋3(*n*∈**N\***)，其中*m*为常数，且*m*≠－3.

(1)求证：{*an*}是等比数列；

(2)若数列{*an*}的公比*q*＝*f*(*m*)，数列{*bn*}满足*b*1＝*a*1，*bn*＝*f*(*bn*－1)(*n*∈**N\***，*n*≥2)，求证：为等差数列．

[思路探索] 通过变形利用等差、等比数列的定义证明即可，在证明过程中，恰当处理递推关系是本题证明的关键．

证明　(1)由(3－*m*)*Sn*＋2*man*＝*m*＋3得

(3－*m*)*Sn*＋1＋2*man*＋1＝*m*＋3.

两式相减得(3＋*m*)*an*＋1＝2*man*，(*m*≠－3)，

∴＝，∴{*an*}是等比数列．

(2)*b*1＝*a*1＝1，*q*＝*f*(*m*)＝，∴*n*∈**N\***，*n*≥2时，

*bn*＝*f*(*bn*－1)＝·⇒*bnbn*－1＋3*bn*＝3*bn*－1⇒－＝.

∴数列为首项为1，公差为的等差数列．

规律方法：利用综合法证明问题的步骤：

(1)分析条件选择方向：仔细分析题目的已知条件(包括隐含条件)，分析已知与结论之间的联系与区别，选择相关的公理、定理、公式、结论，确定恰当的解题方法．

(2)转化条件组织过程：把题目的已知条件，转化成解题所需要的语言，主要是文字、符号、图形三种语言之间的转化，组织过程时要有严密的逻辑，简洁的语言，清晰的思路．

(3)适当调整回顾反思：解题后回顾解题过程，可对部分步骤进行调整，并对一些语言进行适当的修饰，反思总结解题方法的选取．

题型二　分析法的应用

【例2】 设*a*，*b*为实数，求证：≥(*a*＋*b*)．

[思路探索] 题目条件要求使用分析法证明不等式，只需要注意分析法证明问题的格式即可．

证明　当*a*＋*b*≤0时，∵≥0，

∴≥(*a*＋*b*)成立．

当*a*＋*b*>0时，用分析法证明如下：

要证≥(*a*＋*b*)，

只需证()2≥2，

即证*a*2＋*b*2≥(*a*2＋*b*2＋2*ab*)，即证*a*2＋*b*2≥2*ab*.

∵*a*2＋*b*2≥2*ab*对一切实数恒成立，

∴≥(*a*＋*b*)成立．综上所述，不等式得证．

规律方法：用分析法证明不等式时应注意

(1)分析法证明不等式的依据是不等式的基本性质、已知的重要不等式和逻辑推理的基本理论；

(2)分析法证明不等式的思维是从要证不等式出发，逐步寻求使它成立的充分条件，最后得到的充分条件是已知(或已证)的不等式；

(3)用分析法证明数学命题时，一定要恰当地用好“要证明”、“只需证明”、“即证明”等词语．

题型三　综合法和分析法的综合应用

【例3】 已知*a*、*b*、*c*是不全相等的正数，且0<*x*<1.

求证：log*x*＋log*x*＋log*x*<log*xa*＋log*xb*＋log*xc*

[规范解答] 要证明：

log*x*＋log*x*＋log*x*<log*xa*＋log*xb*＋log*xc*，

只需要证明log*x*<log*x*(*abc*)．(2分)

由已知0<*x*<1，只需证明··>*abc*.(4分)

由公式≥>0，≥>0，≥>0.(8分)

又∵*a*，*b*，*c*是不全相等的正数，

∴··>＝*abc*.(10分)

即··>*abc*成立．

∴log*x*＋log*x*＋log*x*<log*xa*＋log*xb*＋log*xc*成立．(12分)

【题后反思】 综合法推理清晰，易于书写，分析法从结论入手，易于寻找解题思路，在实际证明命题时，常把分析法与综合法结合起来使用，称为分析综合法，其结构特点是：根据条件的结构特点去转化结论，得到中间结论Q；根据结论的结构特点去转化条件，得到中间结论P；若由P可推出Q，即可得证．