**直接证明与间接证明考点-高中数学选修2-2第二章**

**解答题**

1.（2011·湖南高考理科·T22）（13分） 已知函数f(x)=g(x)=x+.

（Ⅰ）求函数h(x)=f(x)-g(x)的零点个数，并说明理由；

（Ⅱ）设数列{a}()满足,f(a)=g(),证明：存在常数M，使得对于任意的，都有

【思路点拨】本题以函数为载体考查，考查函数的零点、方程的解、函数图象的交点之间的相互转化，兼顾考查导数的运用.进而以函数为载体引出数列再考查数列.考查学生的函数和方程思想、数形结合思想、等价转化思想，由线问题转化为到点问题.综合能力很强，要求学生有深层次的思维能力和逻辑推理能力.较好的数学素养是解决本题的关键.

【精讲精析】

（I）由知，，而，且，则为的一个零点，且在内有零点，因此至少有两个零点

解法1：，记，则.

当时，，因此在上单调递增，则在内至多只有一个零点.又因为，则在内有零点，所以在内有且只有一个零点.记此零点为，则当时，；当时，；

所以，当时，单调递减，而，则在内无零点；

当时，单调递增，则在内至多只有一个零点；

从而在内至多只有一个零点.综上所述，有且只有两个零点.

解法2：，记，则.

当时，，因此在上单调递增，则在内至多只有一个零点.因此在内也至多只有一个零点，

综上所述，有且只有两个零点.

（II）记的正零点为，即.

（1）当时，由，即.而，因此，由此猜测：.下面用数学归纳法证明：

①当时，显然成立；

②假设当时，有成立，则当时，由

知，，因此，当时，成立.

故对任意的，成立.

（2）当时，由（1）知，在上单调递增.则，即.从而，即，由此猜测：.下面用数学归纳法证明：

①当时，显然成立；

②假设当时，有成立，则当时，由

知，，因此，当时，成立.

故对任意的，成立.

综上所述，存在常数，使得对于任意的，都有.