**直接证明与间接证明易错点-高中数学选修2-2第二章**

已知*α*，*β*≠*k*π＋(*k*∈**Z**)，且

sin *θ*＋cos *θ*＝2sin *α*，①

sin *θ*·cos *θ*＝sin2*β*，②

求证：＝.

证明　因为(sin *θ*＋cos *θ* )2－2sin *θ*cos *θ*＝1，所以将①②代入，可得4sin2*α*－2sin2*β*＝1 ③

另一方面，要证＝，

即证＝，

即证cos2*α*－sin2*α*＝(cos2*β*－sin2*β*)，

即证1－2sin2*α*＝(1－2sin2*β*)，

即证4sin2*α*－2sin2*β*＝1.

由于上式与③相同，于是问题得证．

误区警示：

【示例】 设向量***a***＝(4cos *α*，sin *α*)，***b***＝(sin *β*，4cos *β*)，若tan *α*tan *β*＝16，求证：***a∥b***.

[错解] ∵***a***∥***b***，且***a***＝(4cos *α*，sin *α*)，***b***＝(sin *β*，4cos *β*)；

∴(4cos *α*)·(4cos *β*)＝sin *α*sin *β*，

即sin *α*sin *β*＝16cos *α*cos *β*，∴·＝16，

∴tan *α*tan *β*＝16，即结论正确．

以上证明混淆了已知和结论，把头脑中的分析过程当成了证明过程，如果按分析法书写就正确了；当然，本题用综合法书写证明过程更简洁．

[正解] (分析法)：要证明***a***∥***b***，而***a***＝(4cos *α*，sin *α*)，***b***＝(sin *β*，4cos *β*)；

∴即要证明(4cos *α*)·(4cos *β*)＝sin *α*sin *β*，即要证sin *α*sin *β*＝16cos *α*cos *β*，

即要证·＝16，即要证tan *α*tan *β*＝16，

而tan *α*tan *β*＝16已知，所以结论正确．

以上证明混淆了已知和结论，把头脑中的分析过程当成了证明过程，如果按分析法书写就正确了；当然，本题用综合法书写证明过程更简洁．

[正解] (分析法)：要证明***a***∥***b***，而***a***＝(4cos *α*，sin *α*)，***b***＝(sin *β*，4cos *β*)；

∴即要证明(4cos *α*)·(4cos *β*)＝sin *α*sin *β*，即要证sin *α*sin *β*＝16cos *α*cos *β*，

即要证·＝16，即要证tan *α*tan *β*＝16，

而tan *α*tan *β*＝16已知，所以结论正确．

(综合法)：∵tan *α*tan *β*＝16，∴·＝16，

即sin *α*sin *β*＝16cos *α*cos *β*，∴(4cos *α*)·(4cos *β*)＝sin *α*sin *β*，

即***a***＝(4cos *α*，sin *α*)与***b***＝(sin *β*，4cos *β*)共线，∴***a***∥***b***.

分析法的优点是方向明确，思路自然，故利于思考，但表述易错；综合法的优点是易于表达，条理清晰，形式简捷，故我们一般用分析法寻求解题思路，用综合法书写解题过程．