**直接证明与间接证明练习题-高中数学选修2-2第二章**

1．已知*y*>*x*>0，且*x*＋*y*＝1，那么

(　　)．

A．*x*<<*y*<2*xy* B．2*xy*<*x*<<*y*

C．*x*<<2*xy*<*y* D．*x*<2*xy*<<*y*

解析　∵*y*>*x*>0，且*x*＋*y*＝1，∴设*y*＝，*x*＝，

则＝，2*xy*＝，∴*x*<2*xy*<<*y*，故选D.

答案　D

2．已知*f*(*x*)＝是奇函数，那么实数*a*的值等于

(　　)．

A．1 B．－1

C．0 D．±1

解析　奇函数*f*(*x*)在*x*＝0时有意义，则*f*(0)＝0，∴*f*(0)＝＝＝0，

∴*a*＝1，故选A.

答案　A

3．已知角*A*、*B*为△*ABC*的内角，则*A*>*B*是sin *A*>sin *B*的

(　　)．

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

解析　由正弦定理＝，又*A*、*B*为三角形的内角，∴sin *A*>0，sin *B*>0，∴sin *A*>sin *B*⇔2*R*sin *A*>2*R*sin *B*⇔*a*>*b*⇔*A*>*B*.

答案　C

4．已知函数*f*(*x*)＝lg，若*f*(*a*)＝*b*，则*f*(－*a*)＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析　∵*f*(*x*)＝lg，可分析*f*(*x*)为奇函数，

∴*f*(－*a*)＝－*f*(*a*)＝－*b*.

答案　－*b*

5．要证明＋<2，可选择的方法有很多，最合理的应为\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案　分析法

6．设*a*，*b*＞0，且*a*≠*b*，求证：*a*3＋*b*3＞*a*2*b*＋*ab*2.

证明　法一　分析法

要证*a*3＋*b*3＞*a*2*b*＋*ab*2成立．

只需证(*a*＋*b*)(*a*2－*ab*＋*b*2)＞*ab*(*a*＋*b*)成立，

又因*a*＋*b*＞0，

只需证*a*2－*ab*＋*b*2＞*ab*成立，

只需证*a*2－2*ab*＋*b*2＞0成立，

即需证(*a*－*b*)2＞0成立．

而依题设*a*≠*b*，则(*a*－*b*)2＞0显然成立．

由此命题得证．

法二　综合法

*a*≠*b*⇒*a*－*b*≠0⇒(*a*－*b*)2＞0

⇒*a*2－2*ab*＋*b*2＞0⇒*a*2－*ab*＋*b*2＞*ab*.

注意到*a*，*b*∈**R**＋，*a*＋*b*＞0，由上式即得

(*a*＋*b*)(*a*2－*ab*＋*b*2)＞*ab*(*a*＋*b*)．

∴*a*3＋*b*3＞*a*2*b*＋*ab*2.

7．已知*a*>0，且*a*≠1，*P*＝log*a*(*a*3＋1)，*Q*＝log*a*(*a*2＋1)，则*P*，*Q*的大小关系是

(　　)．

A．*P*>*Q* B．*P*＝*Q*

C．*P*<*Q* D．与*a*的值有关

解析　当*a*>1时，*a*3＋1>*a*2＋1，所以*P*>*Q*；当0<*a*<1时，*a*3＋1<*a*2＋1，所以*P*>*Q*.

答案　A

8．对一切实数*x*，不等式*x*2＋*a*|*x*|＋1≥0恒成立，则实数*a*的取值范围是

(　　)．

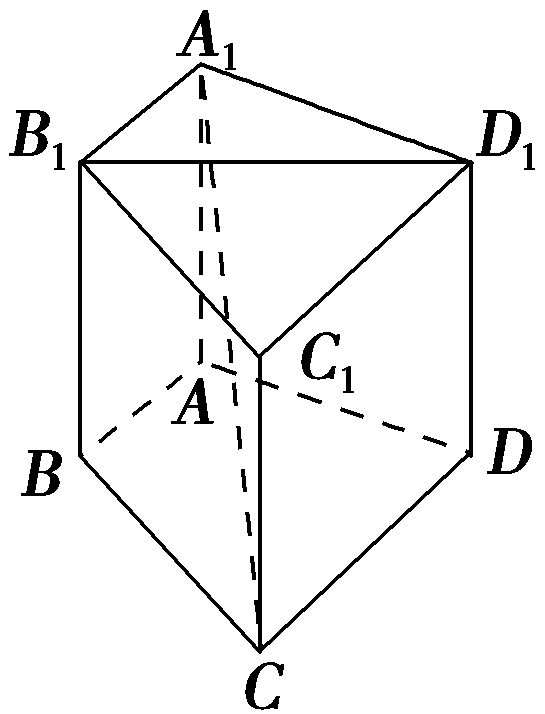
A．(－∞，－2] B．[－2,2]

C．[－2，＋∞) D．[0，＋∞)

解析　用分离参数法可得*a*≥－(*x*≠0)，而|*x*|＋≥2，∴*a*≥－2，当*x*＝0时原不等式显然成立．

答案　C

9．如图所示，在直四棱柱*A*1*B*1*C*1*D*1*ABCD*中，当底面四边形*ABCD*满足条件\_\_\_\_\_\_\_\_时，有*A*1*C*⊥*B*1*D*1(注：填上你认为正确的一个条件即可，不必考虑所有可能的情形)．



解析　本题答案不唯一，要证*A*1*C*⊥*B*1*D*1，只需证*B*1*D*1垂直于*A*1*C*所在的平面*A*1*CC*1，因为该四棱柱为直四棱柱，所以*B*1*D*1⊥*CC*1，故只需证*B*1*D*1⊥*A*1*C*1即可．

答案　对角线互相垂直

10．若平面内有＋＋＝0，且||＝||＝||，则△*P*1*P*2*P*3一定是\_\_\_\_\_\_\_\_(形状)三角形．

解析　可结合图形，利用向量的几何意义加以解决．

答案　等边

11．在△*ABC*中，三个内角*A*、*B*、*C*对应的边分别为*a*、*b*、*c*，且*A*、*B*、*C*成等差数列，*a*、*b*、*c*成等比数列，求证：△*ABC*为等边三角形．

证明　由*A*、*B*、*C*成等差数列，有2*B*＝*A*＋*C*. ①

因为*A*、*B*、*C*为△*ABC*的内角，所以*A*＋*B*＋*C*＝π. ②

由①②，得*B*＝. ③

由*a*、*b*、*c*成等比数列，有*b*2＝*ac*. ④

由余弦定理及③，

可得*b*2＝*a*2＋*c*2－2*ac*cos *B*＝*a*2＋*c*2－*ac*.

再由④，得*a*2＋*c*2－*ac*＝*ac*，

即(*a*－*c*)2＝0，因此*a*＝*c*，

从而有*A*＝*C*.⑤

由②③⑤，得*A*＝*B*＝*C*＝，所以△*ABC*为等边三角形．

12．(创新拓展)已知数列{*an*}为等比数列，*a*2＝6，*a*5＝162.

(1)求数列{*an*}的通项公式；

(2)设*Sn*是数列{*an*}的前*n*项和，证明：≤1.

(1)解　设等比数列{*an*}的公比为*q*，则*a*2＝*a*1*q*，*a*5＝*a*1*q*4，

依题意，得方程组，

解得*a*1＝2，*q*＝3，∴*an*＝2·3*n*－1

(2)证明　∵*Sn*＝＝3*n*－1，

∴＝

≤＝1，

即≤1.