**生活中的优化问题举例难题-高中数学选修2-2第一章**

**1**.某公司生99115750656产某种产品,固定成本为20 000元,每生产一单位产品,成本增加100元,已知总收益R与年产量x个单位产品的关系是R(x)=则总利润最大时,每年生产的单位产品数是(　　)

*A.*100 *B.*150 *C.*200 *D.*300

解析:依题意可得:

总利润为P=

P'=

令P99115750656'=0,当0≤x≤400时,得x=300时总利润最大为25 000元;当x>400时,P'<0恒成立,易知当x=300时,总利润最大.

答案:*D*

**2**.做一个容积为256 *cm*3的方底无盖水箱,要使用料最省,水箱的底面边长为(　　)

*A.*5 *cm B.*6 *cm C.*7 *cm D.*8 *cm*

解析:设水箱的底面边长为x *cm*,容积为256 *cm*3,所以水箱的高为 *cm*,

于是水箱表面积f(x)=x2+4x·,

即f(x)=x2+,f'(x)=2x-,

令f'(x)=0得x=8,所以当底面边长为8 *cm*时用料最省.

答案:*D*

**3**.在内接于半径为R的半圆的矩形中,周长最大的矩99115750656形的边长为99115750656(　　)

*A*.R *B*.R和R

*C*.R和R *D*.以上都不对

解析:设矩形一边的长为x,则另一边长为2,则l=2x+4(0<x<R),l'=2-,令l'=0,解得x1=R,x2=-R(舍去).当0<x<R时,l'>0;当R<x<R时,l'<0.所以当x=R时,l取最大值,即周99115750656长最大的矩形的边长为R,R.

答案:*B*

**4**.要做一个圆锥形的漏斗,其母线长为20 *cm*,要使其体积为99115750656最大,则高为(　　)

*A*. *cm B*. *cm*

*C*. *cm D*. *cm*

解析:设圆锥的高为x *cm*,则底面半径为 *cm*,其体积V=πx(202-x2)(0<x<20),V'=π(400-3x2).

令V'=0,解得x1=,x2=-(舍去).当0<x<时,V'>0;当<x<20时,V'<0,所以当x=时,V取最大值.

答案:*D*

**5**.某银行准备新设一种定期存款业务,经预测,存款额度与存款利率成正比,比例系数为k(k>0),贷款的利率为4.8*%*,假设银行吸收的存款能全部放贷出去*.*若存款利率为x〔x∈(0,0.048)〕,则存款利率为　　　时,银行可获得最大收益.(　　)

*A.*0.012 *B.*0.024 *C.*0.032 *D.*0.036

解析:由题意,存款量g(x)=kx(k>0),银行应支付的利息h(x)=xg(x)=kx2,x∈(0,0.048).设银行可获得的收益为y,则y=0.048kx-kx2.于是y'=0.048k-2kx,令y'=0,解得x=0.024,依题意知y在x=0.024处取得最大值.故当存款利率为0.024时,银行可获得最大收99115750656益.

答案:*B*

**6**.设底面为正三角形的直棱柱的体积为V,那么其表面积最小时,底面边长为(　　)

*A.* *B.* *C.* *D.*2

解析:设底面边长为x,则底面面积为x2,设高为h,则x2h=V,于是h=·,这时直棱柱的表面积S(x)=x2×2+3xh=x2+.

S'(x)=x-,令S'(x)=0得x=,故当x=时表面积最小.

答案:*C*

**7**.周长为20 *cm*的矩形,绕一条边旋转成一个圆柱,则圆柱体积的最大值是　　　　　.

解析:设矩形的一边长为x *cm*,

则另一边长为(10-x) *cm*,

则V=πx2(10-x)(0<x<10),V'=π×(20x-3x2)=0,解得x=0(舍去),或x=.

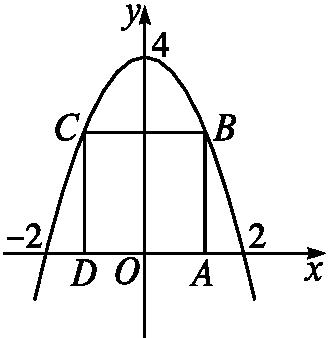
当x∈时,V'(x)>0,V(x)单调递增;

当x∈时,V'(x)<0,V(x)单调99115750656递减.

∴当x=时,V为极大值即最大值.

此时V=π×(*cm*3).

答案: *cm*3



**8**.已知矩形的两个顶点位于x轴上,另99115750656两个顶点位于抛物线y=4-x2在x轴上方的曲线上,则这个矩形面积最大时的边长分别为　　　　　.

解析:设矩形边长AD=2x(0<x<2),则AB=y=4-x2(y>0),则矩形的面积S=2x(4-x2)(0<x<2),

即S=8x-2x3,S'=8-6x2.

令S'=0,解得x1=,x2=-(舍),

当0<x<时,S'>0;当<x<2时,S'<0,

∴当x=时,S取得最大值,此时S*max=*,即矩形边长为时,矩形面积最大*.*

答案:

**9**.某集团为了获得更大的收益,每年要投入一定的资金用于广告促销.经调查,每年投入广告费t(百万元),可增加销售额约为-t2+5t(百万元)(0≤t≤5),现该公司准备共投入300万元,分别用于广告促销和技术改造.经预测,每投入技术改造费x(百万元),可增加的销售额约为-x3+x2+3x(百万元).为使该公司由此获得的收益最大,求x的值.

解:设用于技术改造的资金为x(百万元),则用于广告促销的资金为(3-x)(百万元),又设由此获得的收益是g(x),则有g(x)=+[-(3-x)2+5(3-x)]-3(0≤x≤3),

即g(x)=-x3+4x+3(0≤x≤3),

∴g'(x)=-x2+4.

令g'(x)=0,得x=-2(舍去),或x=2.

又当0≤x<2时,g'(x)>0;当2<x≤3时,g'(x)<0,

∴g(x)在[0,2]上是增函数,在(2,3]99115750656上是减函数,

∴当x=2时,g(x)取最大值,即将2百万元用于技术改造,该公司收益最大.

**10**.两县城A和B相距20 *km*,现计划在两县城外以AB为直径的半圆弧上选择一点C建造垃圾处理厂,其对城市的影响度与所选地点到城市的距离有关,对城A和城B的总影响度为对城A与对城B的影响度之和.记C点到城A的距离为x *km*,建在C处的垃圾处理厂对城A和城B的总影响度为y.统计调查表明:垃圾处理厂对城A的影响度与所选地点到城A的距离的平方成反比,比例系数为4;对城B的影响度与所选地点到城B的距离的平方成反比,比例系数为k.当垃圾处理厂建在的中点时,对城A和城B的总影响度为0.065.

(199115750656)将y表示成x的函数;

(2)讨论(1)中函数的单调性,并判断上是否存在一点,使建在此处的垃圾处99115750656理厂对城A和城B的总影响度最小?若存在,求出该点到城A的距离;若不存在,说明理由.

解:(1)根据题意∠ACB=90*°*,AC=x *km*,BC= *km*,

且建在C处的垃圾处理厂对99115750656城A的影响度为,对城B的影响度为,

因此,总影响度y=(0<x<20).

又因为垃圾处理厂建在的中点时,对城A和城B的总影响度为0.065,

则有=0.065,

解得k=9,所以y=(0<x<20).

(2)因为y'=-,

由y'=0解得x=4,或x=-4(舍去),易知4∈(0,20).

y,y'随x的变化情况如下表:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *x* | (0,4) | 4 | (4,20) |
| *y'* | *-* | 0 | *+* |
| *y* | 单调递减↘ |  | 单调递增↗ |

由表可知,函数在(0,4)内单调递减,在(991157506564,20)内单调递增,y最小值=.此时x=4,故在上存在C点,使得建在此处的垃圾处理厂对城A和城B的总99115750656影响度最小,该点与城A的距离x=4 *km*.