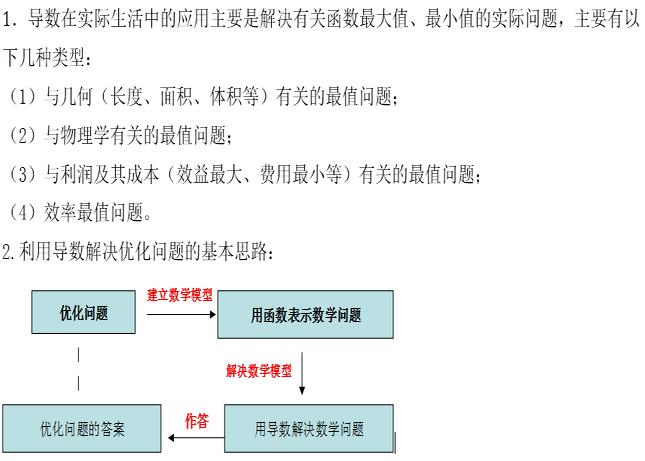
**生活中的优化问题举例易错点-高中数学选修2-2第一章**

****

****

一、选择题

1．要制做一个圆锥形的漏斗，其母线长为20cm，要使其体积最大，则高为(　　)

A．cm　　　　　　　 B．cm

C．cm D．cm

[答案]　D

[解析]　设圆锥的高为*x*，则底面半径为，

其体积为*V*＝π*x*(400－*x*2)　(0＜*x*＜20)，

*V*′＝π(400－3*x*2)，令*V*′＝0，解得*x*＝.

当0＜*x*＜时，*V*′＞0；当＜*x*＜20时，*V*′＜0，

所以当*x*＝时，*V*取最大值．

2．将数8拆分为两个非负数之和，使其立方之和为最小，则分法为(　　)

A．2和6　　　　　　　 B．4和4

C．3和5 D．以上都不对

[答案]　B

[解析]　设一个数为*x*，则另一个数为8－*x*，则*y*＝*x*3＋(8－*x*)3,0≤*x*≤8，*y*′＝3*x*2－3(8－*x*)2，令*y*′＝0，即3*x*2－3(8－*x*)2＝0，解得*x*＝4.

当0≤*x*<4时，*y*′<0，函数单调递减；当4<*x*≤8时，*y*′>0，函数单调递增，所以*x*＝4时，*y*最小．

3．用总长为6m的钢条制作一个长方体容器的框架，如果所制作容器的底面的相邻两边长之比为34，那么容器容积最大时，高为(　　)

A．0.5m B．1m

C．0.8m D．1.5m

[答案]　A

[解析]　设容器底面相邻两边长分别为3*x*m、4*x*m，则高为＝(m)，容积*V*＝3*x*·4*x*·＝18*x*2－84*x*3，*V*′＝36*x*－252*x*2，

由*V*′＝0得*x*＝或*x*＝0(舍去)．*x*∈时，*V*′>0，*x*∈时，*V*′<0，所以在*x*＝处，*V*有最大值，此时高为0.5m.

4．内接于半径为*R*的球且体积最大的圆锥的高为(　　)

A．*R*　　　 B．2*R*

C．*R*　　 D．*R*

[答案]　C

[解析]　设圆锥高为*h*，底面半径为*r*，则*R*2＝(*R*－*h*)2＋*r*2，∴*r*2＝2*Rh*－*h*2，

∴*V*＝π*r*2*h*＝*h*(2*Rh*－*h*2)＝π*Rh*2－*h*3，

*V*′＝π*Rh*－π*h*2.令*V*′＝0得*h*＝*R*.

当0<*h*<*R*时，*V*′>0；当<*h*<2*R*时，*V*′<0.

因此当*h*＝*R*时，圆锥体积最大．故应选C.

5．设圆柱的体积为*V*，那么其表面积最小时，底面半径为(　　)

A． B．

C． D．2

[答案]　D

[解析]　设底面圆半径为*r*，高为*h*，则*V*＝π*r*2*h*，

∴*h*＝.∴*S*表＝2*S*底＋*S*侧＝2π*r*2＋2π*r*·*h*＝2π*r*2＋2π*r*·＝2π*r*2＋.

∴*S*表′＝4π*r*－，令*S*表′＝0得，*r*＝，

又当*x*∈(0，)时，*S*表′<0；当*x*∈(，*V*)时，*S*表′>0，∴当*r*＝时，表面积最小．

6．福建炼油厂某分厂将原油精炼为汽油，需对原油进行冷却和加热，如果第*x*小时时，原油温度(单位：℃)为*f*(*x*)＝*x*3－*x*2＋8(0≤*x*≤5)，那么，原油温度的瞬时变化率的最小值是(　　)

A．8 B．

C．－1 D．－8

[答案]　C

[解析]　瞬时变化率即为*f* ′(*x*)＝*x*2－2*x*为二次函数，且*f* ′(*x*)＝(*x*－1)2－1，又*x*∈[0,5]，

故*x*＝1时，*f* ′(*x*)min＝－1.

二、填空题

7．面积为*S*的矩形中，其周长最小的矩形边长是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]

[解析]　设矩形的一边边长为*x*，则另一边边长为，

其周长为*l*＝2*x*＋，*x*＞0，*l*′＝2－，

令*l*′＝0，解得*x*＝，易知，当*x*＝时，其周长最小．

8．做一个无盖的圆柱形水桶，若要使其体积是27π，且用料最小，则圆柱的底面半径为\_\_\_\_\_\_\_\_．

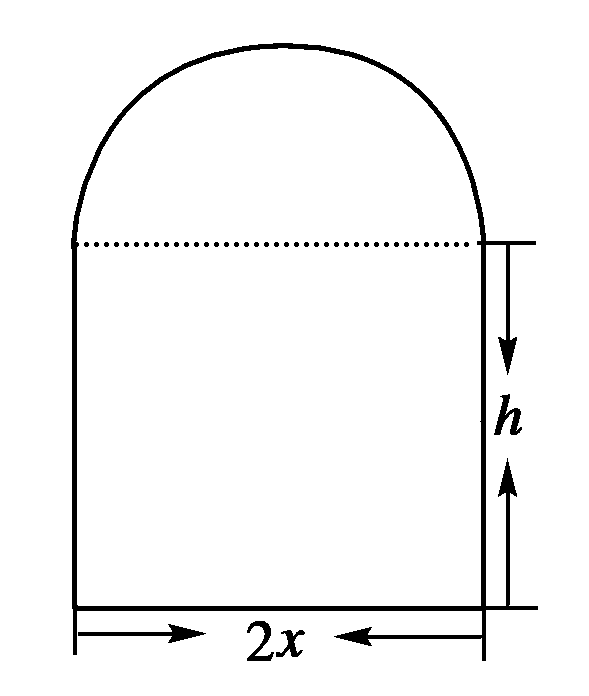
[答案]　3

[解析]　设圆柱的底面半径为*R*，母线长为*L*，则*V*＝π*R*2*L*＝27π，∴*L*＝，要使用料最省，只需使圆柱形表面积最小，∴*S*表＝π*R*2＋2π*RL*＝π*R*2＋2π，

∴*S*′(*R*)＝2π*R*－＝0，令*S*′＝0得*R*＝3，

∴当*R*＝3时，*S*表最小．

9.如图所示，一窗户的上部是半圆，下部是矩形，如果窗户面积一定，窗户周长最小时，*x*与*h*的比为\_\_\_\_\_\_\_\_．



[答案]　11

[解析]　设窗户面积为*S*，周长为*L*，则*S*＝*x*2＋2*hx*，*h*＝－*x*，∴窗户周长*L*＝π*x*＋2*x*＋2*h*＝*x*＋2*x*＋，

∴*L*′＝＋2－.

由*L*′＝0，得*x*＝，*x*∈时，*L*′<0，*x*∈时，*L*′>0，∴当*x*＝时，*L*取最小值，此时＝＝－＝－＝1.

三、解答题

10．(2014·福州市八县联考)永泰某景区为提高经济效益，现对某一景点进行改造升级，从而扩大内需，提高旅游增加值，经过市场调查，旅游增加值*y*万元与投入*x*(*x*≥10)万元之间满足：*y*＝*f*(*x*)＝*ax*2＋*x*－*b*ln，*a*，*b*为常数．当*x*＝10万元时，*y*＝19.2万元；当*x*＝30万元时，*y*＝50.5万元．(参考数据：ln2＝0.7，ln3＝1.1，ln5＝1.6)．

(1)求*f*(*x*)的解析式；

(2)求该景点改造升级后旅游利润*T*(*x*)的最大值．(利润＝旅游增加值－投入)．

[解析]　(1)由条件可得

解得*a*＝－，*b*＝1，

则*f*(*x*)＝－＋*x*－ln(*x*≥10)．

(2)*T*(*x*)＝*f*(*x*)－*x*＝－＋*x*－ln(*x*≥10)，

则*T*′(*x*)＝＋－＝－，

令*T*′(*x*)＝0，则*x*＝1(舍)或*x*＝50，

当*x*∈(10,50)时，*T*′(*x*)>0，因此*T*(*x*)在(10,50)上是增函数；

当*x*∈(50，＋∞)时，*T*′(*x*)<0，因此*T*(*x*)在(50，＋∞)上是减函数，

∴当*x*＝50时，*T*(*x*)取最大值．

*T*(50)＝－＋×50－ln＝24.4(万元)．

即该景点改造升级后旅游利润*T*(*x*)的最大值为24.4万元．

****

一、选择题

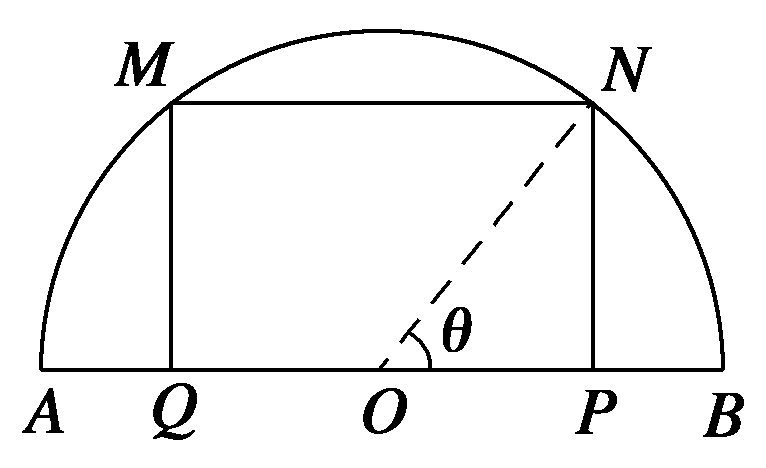
11．以长为10的线段*AB*为直径画半圆，则它的内接矩形面积的最大值为(　　)

A．10 B．15

C．25 D．50

[答案]　C

[解析]　如图，设∠*NOB*＝*θ*，则矩形面积*S*＝5sin*θ*·2·5cos*θ*＝50sin*θ*·cos*θ*＝25sin2*θ*，故*S*max＝25.



12．若一球的半径为*r*，作内接于球的圆柱，则圆柱侧面积的最大值为(　　)

A．2π*r*2 B．π*r*2

C．4π*r*2 D．π*r*2

[答案]　A

[解析]　设内接圆柱的底面半径为*r*1，高为*t*，

则*S*＝2π*r*1*t*＝2π*r*12＝4π*r*1.

∴*S*＝4π.

令(*r*2*r*－*r*)′＝0得*r*1＝*r*.

此时*S*＝4π·*r*·

＝4π·*r*·*r*＝2π*r*2.

13．已知某生产厂家的年利润*y*(单位：万元)与年产量*x*(单位：万件)的函数关系式为*y*＝－*x*3＋4*x*＋，则使该生产厂家获取最大年利润的年产量为(　　)

A．3万件 B．1万件

C．2万件 D．7万件

[答案]　C

[解析]　本题考查了导数的应用及求导运算．

∵*x*>0，*y*′＝－*x*2＋4＝(2－*x*)(2＋*x*)，

令*y*′＝0，解得*x*＝2，所以*x*∈(0,2)时，*y*′>0，

*x*∈(2，＋∞)时，*y*′<0，*y*先增后减．

∴*x*＝2时函数取最大值，选C.

二、填空题

14．某厂生产某种产品*x*件的总成本：*C*(*x*)＝1 200＋*x*3，又产品单价的平方与产品件数*x*成反比，生产100件这样的产品的单价为50元，总利润最大时，产量应定为\_\_\_\_\_\_\_\_件．

[答案]　25

[解析]　设产品单价为*a*元，又产品单价的平方与产品件数*x*成反比，即*a*2*x*＝*k*，

由题知*a*＝.总利润*y*＝500－*x*3－1200(*x*>0)，*y*′＝－*x*2，

由*y*′＝0，得*x*＝25，*x*∈(0,25)时，*y*′>0，*x*∈(25，＋∞)时，*y*′<0，所以*x*＝25时，*y*取最大值．

15．某商品一件的成本为30元，在某段时间内若以每件*x*元出售，可卖出(200－*x*)件，要使利润最大每件定价为\_\_\_\_\_\_\_\_元．

[答案]　85

[解析]　设每件商品定价*x*元，依题意可得

利润为*L*＝*x*(200－*x*)－30*x*＝－*x*2＋170*x*(0＜*x*＜200)．

*L*′＝－2*x*＋170，令－2*x*＋170＝0，解得*x*＝＝85.

因为在(0,200)内*L*只有一个极值，所以以每件85元出售时利润最大．

三、解答题

16．(2014·三峡名校联盟联考)时下，网校教学越来越受到广大学生的喜爱，它已经成为学生们课外学习的一种趋势，假设某网校的套题每日的销售量*y*(单位：千套)与销售价格*x*(单位：元/套)满足的关系式*y*＝＋4(*x*－6)2，其中2<*x*<6，*m*为常数．已知销售价格为4元/套时，每日可售出套题21千套．

(1)求*m*的值；

(2)假设网校的员工工资、办公等所有开销折合为每套题2元(只考虑销售出的套数)，试确定销售价格*x*的值，使网校每日销售套题所获得的利润最大．(保留1位小数)

[解析]　(1)因为*x*＝4时，*y*＝21，

代入关系式*y*＝＋4(*x*－6)2，得＋16＝21，

解得*m*＝10.

(2)由(1)可知，套题每日的销售量*y*＝＋4(*x*－6)2，

所以每日销售套题所获得的利润

*f*(*x*)＝(*x*－2)[＋4(*x*－6)2]＝10＋4(*x*－6)2(*x*－2)＝4*x*3－56*x*2＋240*x*－278(2<*x*<6)，

从而*f* ′(*x*)＝12*x*2－112*x*＋240＝4(3*x*－10)(*x*－6)(2<*x*<6)．

令*f* ′(*x*)＝0，得*x*＝，且在(0，)上，*f* ′(*x*)>0，函数*f*(*x*)单调递增；在(，6)上，*f* ′(*x*)<0，函数*f*(*x*)单调递减，

所以*x*＝是函数*f*(*x*)在(2,6)内的极大值点，也是最大值点，

所以当*x*＝≈3.3时，函数*f*(*x*)取得最大值．

故当销售价格为3.3元/套时，网校每日销售套题所获得的利润最大．

17．(2014·山东省德州市期中)统计表明某型号汽车在匀速行驶中每小时的耗油量*y*(升)关于行驶速度*x*(千米/小时)的函数为*y*＝*x*3－*x*＋8(0<*x*<120)．

(1)当*x*＝64千米/小时时，行驶100千米耗油量多少升？

(2)若油箱有22.5升油，则该型号汽车最多行驶多少千米？

[解析]　(1)当*x*＝64千米/小时时，要行驶100千米需要＝小时，

要耗油(×643－×64＋8)×＝11.95(升)．

(2)设22.5升油能使该型号汽车行驶*a*千米，由题意得，

(*x*3－*x*＋8)×＝22.5，

∴*a*＝，

设*h*(*x*)＝*x*2＋－，

则当*h*(*x*)最小时，*a*取最大值，

*h*′(*x*)＝*x*－＝，

令*h*′(*x*)＝0⇒*x*＝80，

当*x*∈(0,80)时，*h*′(*x*)<0，当*x*∈(80,120)时，*h*′(*x*)>0，

故当*x*∈(0,80)时，函数*h*(*x*)为减函数，当*x*∈(80,120)时，函数*h*(*x*)为增函数，

∴当*x*＝80时，*h*(*x*)取得最小值，此时*a*取最大值为

∴*a*＝＝200.

答：若油箱有22.5升油，则该型号汽车最多行驶200千米．