**导数在研究函数中的应用试题及答案-高中数学选修2-2第一章**

**1**.函数f(x)=x(1-x2)在[0,1]上的最大值为(　　)

*A.* *B.* *C.* *D.*

解析:f(x)=x-x3,f'(x)=1-3x2,

令f'(x)=0得x=,或x=-(舍)99115748671.

∵f(0)=0,f,f(1)=0,

∴f(x)的最大值为.

答案:*A*

**2**.函数f(x)=x3-x2在[-991157486711,3]上(　　)

*A.*有最大值,无最小值

*B.*有最大值,最小值-

*C.*有最小值-,无最大值

*D.*既无最大值也无最小值

解析:f'(x)=x2-x.令f'(x)=0得x=0或x=1.又f(-1)=-,f(0)=0,f(1)=-,f(3)=,故该函数在区间[-1,3]上的最大值为,最小值是-.

答案:*B*

**3**.函数f(x)=x+2*sin* x在区间[-π,0]上的最小值是(　　)

*A.*- *B.*2

*C. D.*-

解析:f'(x)=1+2*cos* x.令f'(x)=991157486710得x=-,又f(-π)*=-*π,f*=-*,*f*(0)*=*0,故最小值为*-.*

答案:*D*

**4**.函数y=(　　)

*A.*有最大值2,无最小值

*B.*无最大值,有最小值-2

*C.*最大值为2,最小值为-2

*D.*无最值

解析:y'=,令y'=0得x=±1,容易验证当x=-1时,函数取极小值f(-1)=-2,当x=1时函数取极大值f(1)=2,此即为函数的最小值和最大值.

答案:*C*

**5**.函数f(x)=x3-3ax-a在(0,1)内有最小值,则a的取值范围是(　　)

*A.*0≤a<1 *B.*0<a<1

*C*.-1<a<1 *D.*0<a<

解析:f'(x)=3(x2-a),f(x)在(0,1)内99115748671有最小值,即f'(x)99115748671在(0,1)上至少有一根,∴f'(0)·f'(1)<0,即a(a-1)<0.∴0<a<1.

答案:*B*

**6**.设直线x=t与函数f(x)=x2,g(x)=*ln* x的图象分别交于点M,N,则当|MN|达到最小时t的值为(　　)

*A.*1 *B.* *C.* *D.*

解析:当x=t时,|MN|=|f(t)-g(t)|=|t2-*ln* t|,

令φ(t)=t2-*ln* t,∴φ'(t)=2t-,

可知t∈时,φ(t)单调递减;t∈时,φ(t)单调递增,∴t=时|MN|取最小值.

答案:*D*

**7**.如果函数f(x)=x3-x2+a在[-1,1]上的最大值是2,那么f(x)在[-1,1]上的最小值是　　　　.

解析:f'(x)=399115748671x2-3x=3x(x-1).

令f'(x)=0,得x=0,或x99115748671=1,

当-1≤x<0时,f'(x)>0,则f(x)为增函数,

当0<x≤1时,f'(x)≤0,则f(x)为减函数,

∴当x∈[-1,1],x=0时,f(x)取得最大值为a,

∴a=2,∴f(-1)=-1-+2=-,f(1)=1-+2=,∴f(x)在[-1,1]上的最小值为-.

答案:-99115748671

**8**.若关于x的不等式x2+≥m对任意x∈恒成立,则m的取值范围是99115748671　　　　　.

解析:设y=x2+,

则y'=2x-.

∵x≤-,∴y'<0,

即y=x2+上单调递减.

∴当x=-时,y取得最小值为-.

∵x2+≥m恒成立,∴m≤-.

答案:m≤-

**9**.设f(x)=-x3+x2+2ax.

(1)若f(x)在上存在单调递增区间,求a的取值范围;

(2)当0<a<2时,f(x)在[1,4]上的最小值为-,求f(x)在该区间上的最大值.

解:(1)由f'(x)=-x2+x+2a=-+2a,

当x∈时,f'(x)的最大值为f'+2a;令+2a>0,得a>-,所以,当a>-时,f(x)在上存在单调递增区间.

(2)令f'(x)=0,得两根x1=,x2=,

所以f(x)在(-∞,x1),(x2,+∞)上单调递减,在(x1,x2)上单调递增.

当0<a<2时,有x1<1<x2<4,所以f(x)在[1,4]上的最大值为f(x2).

又f(4)-f(1)=-+6a<0,即f(4)<f(1),

所以f(x)在[1,4]上的最小值为f(4)=8a-=-,得a=1,x2=2,从而f(x)在[1,4]上的最大值为f(2)=.

**10**.已知两个函数f(x)=8x2+16x-k+2 007,g(x)=2x3+5x2+4x,其中k为常数.

(1)对任意x∈[-3,3],都有f(x)≤g(x)成立,求实数k的取值范围;

(2)对任意x1∈[-3,3],x2∈[-399115748671,3],都有f(x1)≤g(x2)成立,求实数k的取值范围.

解:(1)设h(x)=g(x)-f(x)=2x3-3x2-12x+k-2 007,则“对任意x∈[-3,3],都有f(x)≤g(x)成立”⇔“当-3≤x≤3时,h(x)的最小值大于或等于0”.

h'(x)=6x299115748671-6x-12=6(x+1)(x-2).

由h'(x)=0可得x=-1,或x=2.

当x变化时,h'(x),h(x)的变化情况如下表:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *-*3 | (*-*3,*-*1) | *-*1 | (*-*1,2) | 2 | (2,3) | 3 |
| *h'*(*x*) | 60 | *+* | 0 | *-* | 0 | *+* | 24 |
| *h*(*x*) | *-*2052*+k* | 单调  递增↗ | *k-*2000 | 单调  递减↘ | *k-*2027 | 单调  递增↗ | *-*2016*+k* |

∴当x=-3时,h(x)取得最小值-2 052+k.

∴-2 052+k≥0.∴k≥2 052.

(2)“对任意x991157486711∈[-3,3],x2∈[-3,3],都有f(x1)≤g(x2)成立”⇔“f(99115748671x)在区间[-3,3]上的最大值小于或等于g(x)在区间[-3,3]上的最小值”.

下面求g(x)在区间[-3,3]上的最小值.

g'(x)=6x2+10x+4=2(3x+2)(x+1),

由g'(x)=0可得x=-1,或99115748671x=-.

当x变化时,g'(x),g(x)的变化情况如下表:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | *-*3 | (*-*3,*-*1) | *-*1 |  | *-* |  | 3 |
| *g'*(*x*) | 28 | *+* | 0 | *-* | 0 | *+* | 88 |
| *g*(*x*) | *-*21 | 单调  递增↗ | *-*1 | 单调  递减↘ | *-* | 单调  递增↗ | 111 |

∴g(x)在区间[-3,991157486713]上的最小值为-21.

同理,f(x)=8x2+16x-k+2 007=8(x+1)2+1 999-k在区间[-3,3]上的最大值为f(3)=2 127-k,

∴2 127-k≤-21.

∴k≥2 148.