**导数在研究函数中的应用练习题-高中数学选修2-2第一章**

**一、选择题**

**1．方程2*x*3－6*x*2＋7＝0 在区间(0,2)内根的个数为(　　)**

**A．0个　　 B．1个　　 C．2个 D．3个**

**解析：设*f*(*x*)＝2*x*3－6*x*2＋7，则**

***f*′(*x*)＝6*x*2－12*x*，当*x*∈(0,2)时，*f*′(*x*)<0，**

**∴函数*f*(*x*)在(0,2)内单调递减．**

**又*f*(0)＝7，*f*(2)＝－1，**

**∴方程在(0,2)内只有1个根．**

**答案：B**

**2．若*f*′(*x*)＝4*x*3＋2，则*f*(*x*)可能是(　　)**

**A．*f*(*x*)＝4*x*4＋2 B．*f*(*x*)＝*x*4＋2**

**C．*f*(*x*)＝*x*4＋2*x*＋1 D．*f*(*x*)＝4*x*4＋2*x***

**答案：C**

**3．函数*y*＝的最大值为(　　)**

**A．e－1 B．e C．e2 D.**

**答案：A**

**4．若*f*(*x*)＝*ax*3＋*bx*2＋*cx*＋*d*(*a*＜0)在R上为减函数，则(　　)**

**A．*b*2－4*ac*≥0 B．*b*＞0，*c*＞0**

**C．*b*＝0，*c*＞0 D．*b*2－3*ac*≤0**

**答案：D**

**二、填空题**

**5．若函数*f*(*x*)＝*ax*2＋4*x*－3在[0,2]上有最大值*f*(2)，则*a*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**解析：*f*′(*x*)＝2*ax*＋4，*f*(*x*)在[0,2]上有最大值*f*(2)，则要求*f*(*x*)在[0,2]上单调递增，则2*ax*＋4≥0在[0,2]上恒成立．当*a*≥0时，2*ax*＋4≥0恒成立．当*a*＜0时，要求4*a*＋4≥0恒成立，即*a*≥－1，所以*a*的取值范围是[－1，＋∞)．**

**答案：[－1，＋∞)**

**6. 已知*f*(*x*)＝－*x*2＋*mx*＋1在区间[－2，－1]上的最大值就是函数*f*(*x*)的极大值，则*m*的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**解析：*f*′(*x*)＝*m*－2*x*，令*f*′(*x*)＝0，得*x*＝.**

**由题设得∈(－2，－1)，故*m*∈(－4，－2)．**

**答案：(－4，－2)**

**7．*f*(*x*)＝*x*3－12*x*＋8在[－3,3]上的最大值为*M*，最小值为*m*，则*M* －*m*＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.**

**解析：*f*′(*x*)＝3*x*2－12.由*f*′(*x*)＞0得*x*>2或*x*<－2；由*f*′(*x*)＜0得－2＜*x*＜2.**

**所以*f*(*x*)在[－3，－2]上单调递增，在[－2,2]上单调递减，在[2,3]上单调递增．**

**又*f*(－3)＝17，*f*(－2)＝24，*f*(2)＝－8，*f*(3)＝－1，所以最大值*M* ＝24，最小值*m*＝－8，**

**所以*M*－*m*＝32.**

**答案：32**

**8．已知函数*f*(*x*)＝(*x*2－2*x*)e*x*，下列说法中正确的有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_(填序号)．**

**①*f*(*x*)在R上有两个极值点**

**②*f*(*x*)在*x*＝处取得最大值**

**③*f*(*x*)在*x*＝处取得最小值**

**④*f*(*x*)在*x*＝处取得极小值**

**⑤*f*(*x*)在R上有三个不同的零点**

**解析：*f*′(*x*)＝e*x*(*x*2－2)，令*f*′(*x*)＝0得*x*＝±.当*x*＜－时，*f*′(*x*)＞0；当－＜*x*＜时，*f*′(*x*)＜0；当*x*＞时，*f*′(*x*)＞0，故函数在*x*＝处取得极小值，在*x*＝－处取得极大值，又*f*(－)＝(2＋2)e＞0，*f*()＝(2－2)e＜0，函数在R上有三个不同的零点．**

**答案：①④⑤**

**三、解答题**

**9．在曲线*y*＝*x*3＋*x*－2上，哪一点的切线与直线 *y*＝－*x*＋1垂直？**

**解析：设切点为(*x*0，*y*0)，对*y*＝*x*3＋*x*－2求导得*y*′＝3*x*2＋1，∴切线的斜率*k*＝*y*′|*x*＝*x*0＝3*x*＋1＝4，**

**解得*x*0＝－1或*x*0＝1，**

**所以切点为(－1 ，－ 4)或(1,0)．**

**10．设函数*f*(*x*)＝e*x*－*ax*－2.**

**(1)求*f*(*x*)的单调区间；**

**解析：*f*(*x*)的定义域为(－∞，＋∞)，*f*′(*x*)＝e*x*－*a*.若*a*≤0，则*f*′(*x*)＞0，所以*f*(*x*)在(－∞，＋∞)上单调递增．**

**若*a*＞0，则当*x*∈(－∞，ln *a*)时，*f*′(*x*)<0；当*x*∈(ln *a*，＋∞)时，*f*′(*x*)＞0，所以，*f*(*x*)在(－∞，ln *a*)上单调递减，在(ln *a*，＋∞)上单调递增．**

**(2)若*a*＝1，*k*为整数，且当*x*＞0时，(*x*－*k*)*f*′(*x*)＋*x*＋1＞0，求*k*的最大值．**

**解析：由于*a*＝1，所以(*x*－*k*)*f*′(*x*)＋*x*＋1＝(*x*－*k*)(e*x*－1)＋*x*＋1.**

**故当*x*＞0时，(*x*－*k*)*f*′(*x*)＋*x*＋1＞0等价于*k*＜＋*x*(*x*＞0)．①**

**令*g*(*x*)＝＋*x*，**

**则*g*′(*x*)＝＋1＝.**

**由(1)知，函数*h*(*x*)＝e*x*－*x*－2在(0，＋∞)上单调递增．而*h*(1)＜0，*h*(2)＞0，所以*h*(*x*)在(0，＋∞)上存在唯一的零点，故*g*′(*x*)在(0，＋∞)上存在唯一的零点．设此零点为*a*，则*a*∈(1,2)．**

**当*x*∈(0，*a*)时，*g*′(*x*)＜0；当*x*∈(*a*，＋∞)时，*g*′(*x*)＞0.所以*g*(*x*)在(0，＋∞)上的最小值为*g*(*a*)．又由*g*′(*a*)＝0，可得e*a*＝*a*＋2，所以*g*(*a*)＝*a*＋1∈(2,3)．由于①式等价于*k*＜*g*(*a*)，故整数*k*的最大值为2.**