**变化率与导数考点-高中数学选修2-2第一章**

考向一　导数的定义

【例1】►利用导数的定义求函数*f*(*x*)＝*x*3在*x*＝*x*0处的导数，并求曲线*f*(*x*)＝*x*3在*x*＝*x*0处切线与曲线*f*(*x*)＝*x*3的交点．

[审题视点] 正确理解导数的定义是求解的关键．

解　*f*′(*x*0)＝ ＝

＝ (*x*2＋*xx*0＋*x*)＝3*x*.

曲线*f*(*x*)＝*x*3在*x*＝*x*0处的切线方程为

*y*－*x*＝3*x*·(*x*－*x*0)，

即*y*＝3*xx*－2*x*，由

得(*x*－*x*0)2(*x*＋2*x*0)＝0，解得*x*＝*x*0，*x*＝－2*x*0.

若*x*0≠0，则交点坐标为(*x*0，*x*)，(－2*x*0，－8*x*)；

若*x*0＝0，则交点坐标为(0,0)．

 利用定义求导数的一般过程是：(1)求函数的增量Δ*y*；(2)求平均变化率；(3)求极限li .

【训练1】 利用导数的定义证明奇函数的导数是偶函数，偶函数的导数是奇函数．

证明　法一　设*y*＝*f*(*x*)是奇函数，即对定义域内的任意*x*都有*f*(－*x*)＝－*f*(*x*)

*f*′(*x*)＝li

则*f*′(－*x*)＝li

＝li ＝*f*′(*x*)

因此*f*′(*x*)为偶函数，同理可证偶函数的导数是奇函数．

法二　设*y*＝*f*(*x*)是奇函数，即对定义域内的任意*x*都有

*f*(－*x*)＝－*f*(*x*)，即*f*(*x*)＝－*f*(－*x*)

因此*f*′(*x*)＝[－*f*(－*x*)]′＝－ [*f*(－*x*)]′＝*f*′(－*x*)

则*f*′(*x*)为偶函数

同理可证偶函数的导数是奇函数．

考向二　导数的运算

【例2】►求下列各函数的导数：

(1)*y*＝；

(2)*y*＝(*x*＋1)(*x*＋2)(*x*＋3)；

(3)*y*＝sin；

(4)*y*＝＋；

[审题视点] 先把式子化为最简式再进行求导．

解　(1)∵*y*＝＝*x*－＋*x*3＋，

∴*y*′＝′＋(*x*3)′＋(*x*－2sin *x*)′

＝－*x*－＋3*x*2－2*x*－3sin *x*＋*x*－2cos *x*.

(2)法一　*y*＝(*x*2＋3*x*＋2)(*x*＋3)＝*x*3＋6*x*2＋11*x*＋6，

∴*y*′＝3*x*2＋12*x*＋11.

法二　*y*′＝[(*x*＋1)(*x*＋2)]′(*x*＋3)＋(*x*＋1)(*x*＋2)(*x*＋3)′

＝[(*x*＋1)′(*x*＋2)＋(*x*＋1)(*x*＋2)′](*x*＋3)＋(*x*＋1)·　(*x*＋2)

＝(*x*＋2＋*x*＋1)(*x*＋3)＋(*x*＋1)(*x*＋2)

＝(2*x*＋3)(*x*＋3)＋(*x*＋1)(*x*＋2)

＝3*x*2＋12*x*＋11.

(3)∵*y*＝sin＝－sin *x*，

∴*y*′＝′＝－(sin *x*)′＝－cos *x*.

(4)*y*＝＋＝＝，

∴*y*′＝′＝＝.

 (1)熟记基本初等函数的导数公式及四则运算法则是正确求导的基础．

(2)必要时对于某些求导问题可先化简函数解析式再求导．

【训练2】 求下列函数的导数：

(1)*y*＝*xn*e*x*；

(2)*y*＝；

(3)*y*＝e*x*ln *x*；

(4)*y*＝(*x*＋1)2(*x*－1)．

解　(1)*y*′＝*nxn*－1e*x*＋*xn*e*x*＝*xn*－1e*x*(*n*＋*x*)．

(2)*y*′＝＝－.

(3)*y*′＝e*x*ln *x*＋e*x*·＝e*x*.

(4)∵*y*＝(*x*＋1)2(*x*－1)＝(*x*＋1)(*x*2－1)＝*x*3＋*x*2－*x*－1，

∴*y*′＝3*x*2＋2*x*－1.

考向三　求复合函数的导数

【例3】►求下列复合函数的导数．

(1)*y*＝(2*x*－3)5；(2)*y*＝；

(3)*y*＝sin2；(4)*y*＝ln(2*x*＋5)．

[审题视点] 正确分解函数的复合层次，逐层求导．

解　(1)设*u*＝2*x*－3，则*y*＝(2*x*－3)5，

由*y*＝*u*5与*u*＝2*x*－3复合而成，

∴*y*′＝*f*′(*u*)·*u*′(*x*)＝(*u*5)′(2*x*－3)′＝5*u*4·2

＝10*u*4＝10(2*x*－3)4.

(2)设*u*＝3－*x*，则*y*＝.

由*y*＝*u*与*u*＝3－*x*复合而成．

*y*′＝*f*′(*u*)·*u*′(*x*)＝(*u*)′(3－*x*)′＝*u*－(－1)

＝－*u*－＝－＝.

(3)设*y*＝*u*2，*u*＝sin *v*，*v*＝2*x*＋，

则*yx*′＝*yu*′·*uv*′·*vx*′＝2*u*·cos *v*·2

＝4sin·cos＝2sin.

(4)设*y*＝ln *u*，*u*＝2*x*＋5，则*yx*′＝*yu*′·*ux*′

*y*′＝·(2*x*＋5)′＝.

 由复合函数的定义可知，中间变量的选择应是基本函数的结构，解这类问题的关键是正确分析函数的复合层次，一般是从最外层开始，由外向内，一层一层地分析，把复合函数分解成若干个常见的基本函数，逐步确定复合过程．

【训练3】 求下列函数的导数：

(1)*y*＝；　　　　(2)*y*＝sin22*x*；

(3)*y*＝e－*x*sin 2*x;*  (4)*y*＝ln.

解　(1)*y*′＝·2*x*＝，

(2)*y*′＝(2sin 2*x*)(cos 2*x*)×2＝2sin 4*x*

(3)*y*′＝(－e－*x*)sin 2*x*＋e－*x*(cos 2*x*)×2

＝e－*x*(2cos 2*x*－sin 2*x*)．

(4)*y*′＝··2*x*＝.