**变化率与导数试题及答案-高中数学选修2-2第一章**

一、选择题

1．如果曲线*y*＝*f*(*x*)在点(*x*0，*f*(*x*0))处的切线方程为*x*＋2*y*－3＝0，那么(　　)

A．*f*′(*x*0)＞0　　　　　　 B．*f*′(*x*0)＜0

C．*f*′(*x*0)＝0 D．*f*′(*x*0)不存在

[答案]　B

[解析]　切线*x*＋2*y*－3＝0的斜率*k*＝－，即*f*′(*x*0)＝－＜0.故应选B.

2．曲线*y*＝*x*2－2在点处切线的倾斜角为(　　)

A．1 B.

C.π D．－

[答案]　B

[解析]　∵*y*′＝li

＝li (*x*＋Δ*x*)＝*x*

∴切线的斜率*k*＝*y*′|*x*＝1＝1.

∴切线的倾斜角为，故应选B.

3．在曲线*y*＝*x*2上切线的倾斜角为的点是(　　)

A．(0,0) B．(2,4)

C. D.

[答案]　D

[解析]　易求*y*′＝2*x*，设在点*P*(*x*0，*x*)处切线的倾斜角为，则2*x*0＝1，∴*x*0＝，∴*P*.

4．曲线*y*＝*x*3－3*x*2＋1在点(1，－1)处的切线方程为(　　)

A．*y*＝3*x*－4 B．*y*＝－3*x*＋2

C．*y*＝－4*x*＋3 D．*y*＝4*x*－5

[答案]　B

[解析]　*y*′＝3*x*2－6*x*，∴*y*′|*x*＝1＝－3.

由点斜式有*y*＋1＝－3(*x*－1)．即*y*＝－3*x*＋2.

5．设*f*(*x*)为可导函数，且满足 ＝－1，则过曲线*y*＝*f*(*x*)上点(1，*f*(1))处的切线斜率为(　　)

A．2　　　　 B．－1

C．1　　　　 D．－2

[答案]　B

[解析]　 ＝

＝－1，即*y*′|*x*＝1＝－1，

则*y*＝*f*(*x*)在点(1，*f*(1))处的切线斜率为－1，故选B.

6．设*f*′(*x*0)＝0，则曲线*y*＝*f*(*x*)在点(*x*0，*f*(*x*0))处的切线(　　)

A．不存在 B．与*x*轴平行或重合

C．与*x*轴垂直 D．与*x*轴斜交

[答案]　B

[解析]　由导数的几何意义知B正确，故应选B.

7．已知曲线*y*＝*f*(*x*)在*x*＝5处的切线方程是*y*＝－*x*＋8，则*f*(5)及*f*′(5)分别为(　　)

A．3,3 B．3，－1

C．－1,3 D．－1，－1

[答案]　B

[解析]　由题意易得：*f*(5)＝－5＋8＝3，*f*′(5)＝－1，故应选B.

8．曲线*f*(*x*)＝*x*3＋*x*－2在*P*点处的切线平行于直线*y*＝4*x*－1，则*P*点的坐标为(　　)

A．(1,0)或(－1，－4) B．(0,1)

C．(－1,0) D．(1,4)

[答案]　A

[解析]　∵*f*(*x*)＝*x*3＋*x*－2，设*xP*＝*x*0，

∴Δ*y*＝3*x*·Δ*x*＋3*x*0·(Δ*x*)2＋(Δ*x*)3＋Δ*x*，

∴＝3*x*＋1＋3*x*0(Δ*x*)＋(Δ*x*)2，

∴*f*′(*x*0)＝3*x*＋1，又*k*＝4，

∴3*x*＋1＝4，*x*＝1.∴*x*0＝±1，

故*P*(1,0)或(－1，－4)，故应选A.

9．设点*P*是曲线*y*＝*x*3－*x*＋上的任意一点，*P*点处的切线倾斜角为*α*，则*α*的取值范围为(　　)

A.∪ B.∪

C. D.

[答案]　A

[解析]　设*P*(*x*0，*y*0)，

∵*f*′(*x*)＝li

＝3*x*2－，∴切线的斜率*k*＝3*x*－，

∴tan*α*＝3*x*－≥－.

∴*α*∈∪.故应选A.

10．(2010·福州高二期末)设*P*为曲线*C*：*y*＝*x*2＋2*x*＋3上的点，且曲线*C*在点*P*处切线倾斜角的取值范围为[0，]，则点*P*横坐标的取值范围为(　　)

A．[－1，－] B．[－1,0]

C．[0,1] D．[，1]

[答案]　A

[解析]　考查导数的几何意义．

∵*y*′＝2*x*＋2，且切线倾斜角*θ*∈[0，]，

∴切线的斜率*k*满足0≤*k*≤1，即0≤2*x*＋2≤1，

∴－1≤*x*≤－.

二、填空题

11．已知函数*f*(*x*)＝*x*2＋3，则*f*(*x*)在(2，*f*(2))处的切线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]　4*x*－*y*－1＝0

[解析]　∵*f*(*x*)＝*x*2＋3，*x*0＝2

∴*f*(2)＝7，Δ*y*＝*f*(2＋Δ*x*)－*f*(2)＝4·Δ*x*＋(Δ*x*)2

∴＝4＋Δ*x*.∴li ＝4.即*f*′(2)＝4.

又切线过(2,7)点，所以*f*(*x*)在(2，*f*(2))处的切线方程为*y*－7＝4(*x*－2)

即4*x*－*y*－1＝0.

12．若函数*f*(*x*)＝*x*－，则它与*x*轴交点处的切线的方程为\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]　*y*＝2(*x*－1)或*y*＝2(*x*＋1)

[解析]　由*f*(*x*)＝*x*－＝0得*x*＝±1，即与*x*轴交点坐标为(1,0)或(－1,0)．

∵*f*′(*x*)＝li

＝li ＝1＋.

∴切线的斜率*k*＝1＋＝2.

∴切线的方程为*y*＝2(*x*－1)或*y*＝2(*x*＋1)．

13．曲线*C*在点*P*(*x*0，*y*0)处有切线*l*，则直线*l*与曲线*C*的公共点有\_\_\_\_\_\_\_\_个．

[答案]　至少一

[解析]　由切线的定义，直线*l*与曲线在*P*(*x*0，*y*0)处相切，但也可能与曲线其他部分有公共点，故虽然相切，但直线与曲线公共点至少一个．

14．曲线*y*＝*x*3＋3*x*2＋6*x*－10的切线中，斜率最小的切线方程为\_\_\_\_\_\_\_\_．

[答案]　3*x*－*y*－11＝0

[解析]　设切点*P*(*x*0，*y*0)，则过*P*(*x*0，*y*0)的切线斜率为**，它是*x*0的函数，求出其最小值．

设切点为*P*(*x*0，*y*0)，过点*P*的切线斜率*k*＝**＝3*x*＋6*x*0＋6＝3(*x*0＋1)2＋3.当*x*0＝－1时*k*有最小值3，此时*P*的坐标为(－1，－14)，其切线方程为3*x*－*y*－11＝0.

三、解答题

15．求曲线*y*＝－上一点*P*处的切线方程．

[解析]　∴*y*′＝

＝

＝ ＝－－ .

∴*y*′|*x*＝4＝－－＝－，

∴曲线在点*P*处的切线方程为：

*y*＋＝－(*x*－4)．

即5*x*＋16*y*＋8＝0.

16．已知函数*f*(*x*)＝*x*3－3*x*及*y*＝*f*(*x*)上一点*P*(1，－2)，过点*P*作直线*l*.

(1)求使直线*l*和*y*＝*f*(*x*)相切且以*P*为切点的直线方程；

(2)求使直线*l*和*y*＝*f*(*x*)相切且切点异于点*P*的直线方程*y*＝*g*(*x*)．

[解析]　(1)*y*′＝li ＝3*x*2－3.

则过点*P*且以*P*(1，－2)为切点的直线的斜率

*k*1＝*f*′(1)＝0，

∴所求直线方程为*y*＝－2.

(2)设切点坐标为(*x*0，*x*－3*x*0)，

则直线*l*的斜率*k*2＝*f*′(*x*0)＝3*x*－3，

∴直线*l*的方程为*y*－(*x*－3*x*0)＝(3*x*－3)(*x*－*x*0)

又直线*l*过点*P*(1，－2)，

∴－2－(*x*－3*x*0)＝(3*x*－3)(1－*x*0)，

∴*x*－3*x*0＋2＝(3*x*－3)(*x*0－1)，

解得*x*0＝1(舍去)或*x*0＝－.

故所求直线斜率*k*＝3*x*－3＝－，

于是：*y*－(－2)＝－(*x*－1)，即*y*＝－*x*＋.

17．求证：函数*y*＝*x*＋图象上的各点处的切线斜率小于1.

[解析]　*y*′＝li

＝li

＝li

＝li

＝＝1－＜1，

∴*y*＝*x*＋图象上的各点处的切线斜率小于1.

18．已知直线*l*1为曲线*y*＝*x*2＋*x*－2在点(1,0)处的切线，*l*2为该曲线的另一条切线，且*l*1⊥*l*2.

(1)求直线*l*2的方程；

(2)求由直线*l*1、*l*2和*x*轴所围成的三角形的面积．

[解析]　(1)*y*′|*x*＝1

＝li ＝3，

所以*l*1的方程为：*y*＝3(*x*－1)，即*y*＝3*x*－3.

设*l*2过曲线*y*＝*x*2＋*x*－2上的点*B*(*b*，*b*2＋*b*－2)，

*y*′|*x*＝*b*＝li

＝2*b*＋1，所以*l*2的方程为：*y*－(*b*2＋*b*－2)＝(2*b*＋1)·(*x*－*b*)，即*y*＝(2*b*＋1)*x*－*b*2－2.

因为*l*1⊥*l*2，所以3×(2*b*＋1)＝－1，所以*b*＝－，所以*l*2的方程为：*y*＝－*x*－.

(2)由得

即*l*1与*l*2的交点坐标为.

又*l*1，*l*2与*x*轴交点坐标分别为(1,0)，.

所以所求三角形面积*S*＝××＝.