**立体几何中的向量方法公式-高中数学选修2-1第三章**

向量的有关知识：



（1）两向量数量积的定义：



（2）两向量夹角公式：

（3）平面的法向量：与平面垂直的向量

知识讲解与典例分析



知识点1、异面直线所成的角（范围： ）

（1）定义：过空间任意一点o分别作异面直线a与b的平行线a´与b´，那么直线a´与b´ 所成的不大于90°的角 ，叫做异面直线a与b 所成的角。



a´

b´

•

o



a



b



（2）用向量法求异面直线所成角

设两异面直线a、b的方向向量分别为 和  ，

问题1 当与的夹角不大于90°时，异面直线a、b 所成的角 与 和 的夹角的关系？ 相等



**问题 2**  当与的夹角大于90°时，异面直线a、b 所成的角 与和 的夹角的关系？ 互补



所以，异面直线a、b所成的角的余弦值为







*n*

*m*

,

cos

cos

**



典型例题1：在Rt△AOB中，∠AOB=90°，现将△AOB沿着平面AOB的法向量方向平移到△A1O1B1的位置，已知OA=OB=Oo1，取A1B1 、A1O1的中点D1 、F1，求异面直线BD1与AF1所成的角的余弦值。

解：以点O为坐标原点建立空间直角坐标系，并设OA=1,则A(1,0,0) B(0,1,0) F1( ,0,1) D1( ,  ,1)



所以，异面直线BD1与AF1所成的角的余弦值为



直线与平面所成的角（范围： ）



B

A



O

**n**



B

A

O

**n**



据图分析出直线与平面所成的角的正弦值为 =



典型例题2:正方体ABCD-A1B1C1D1的棱长为1，点E、F分别为CD、DD1的中点，

(1)求直线B1C1与平面AB1C所成的角的正弦值;

A1

z

C1

A

D

(2)求二面角F-AE-D的余弦值。

D1

B1

y

B

C

x

解： (1)以点A为坐标原点建立空间直角坐标系,如图所示，则：

A(0,0,0) B1(1,0,1) C(1,1,0) C1(1,1,1)



设平面AB1C的法向量为**n** =(x1,y1,z1),



所以

X1+z1=0

X1+y1=0

取x1=1,得y1=z1=-1



故所求直线B1C1与平面AB1C所成的角的正弦值为

3、二面角（范围： ）



**n1**

**n2**



****



**n1**

**n2**



典型例题2 (2)点E、F分别为CD、DD1的中点，求二面角F-AE-D的余弦值。



解：(2)由题意知



设平面AEF的法向量为m=(x2,y2,z2),



故m=(-2, 1,-2)

取y2=1,得x2=z2=-2

所以



又平面AED的法向量为AA1=(0,0,1)



观察图形知，二面角F-AE-D为锐角，所以所求二面角F-AE-D的余弦值为

典型例题3 如图，甲站在水库底面上的点A处，乙站在水坝斜面上的点B处.从A，B到直线 （库底与水坝的交线）的距离AC和BD分别为 a 和 b ,CD的长为c , AB的长为d .求库底与水坝所成二面角的余弦值.



解：如图

根据向量的加法法则, 









于是，得

设向量 与 的夹角为，就是库与水坝所成的二面角.

因此 

所以 

库底与水坝所成二面角的余弦值是

巩固练习

**O**

**A**

**B**

**C**

**S**

如图，已知：直角梯形OABC中，OA∥BC，∠AOC=90°，SO⊥平面OABC，且OS=OC=BC=1，OA=2.求

⑴异面直线SA和OB所成的角的余弦值；



⑵直线OS与平面SAB所成角α的正弦值；



⑶二面角B－AS－O的余弦值.



课堂小结



1、异面直线所成的角



2、直线和平面所成的角

3、二面角 或

