**曲线与方程解题方法与技巧-高中数学选修2-1第二章**

几种常见求轨迹方程的方法

1．直接法

由题设所给(或通过分析图形的几何性质而得出)的动点所满足的几何条件列出等式，再用坐标代替这等式，化简得曲线的方程，这种方法叫直接法．

例1(1)求和定圆x2+y2=k2的圆周的距离等于k的动点P的轨迹方程；

(2)过点A(a，o)作圆O∶x2+y2=R2 (a＞R＞o)的割线，求割线被圆O截得弦的中点的轨迹．

对(1)分析：

动点P的轨迹是不知道的，不能考查其几何特征，但是给出了动点P的运动规律：|OP|=2R或|OP|=0．

解：设动点P(x，y)，则有|OP|=2R或|OP|=0．

即x2+y2=4R2或x2+y2=0．

故所求动点P的轨迹方程为x2+y2=4R2或x2+y2=0．

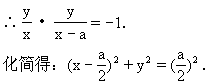
对(2)分析：

题设中没有具体给出动点所满足的几何条件，但可以通过分析图形的几何性质而得出，即圆心与弦的中点连线垂直于弦，它们的斜率互为负倒数．由学生演板完成，解答为：

设弦的中点为M(x，y)，连结OM，

则OM⊥AM．

∵kOM·kAM=-1，



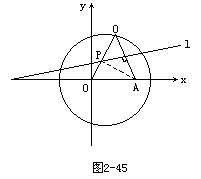
其轨迹是以OA为直径的圆在圆O内的一段弧(不含端点)．

2．定义法

利用所学过的圆的定义、椭圆的定义、双曲线的定义、抛物线的定义直接写出所求的动点的轨迹方程，这种方法叫做定义法．这种方法要求题设中有定点与定直线及两定点距离之和或差为定值的条件，或利用平面几何知识分析得出这些条件．

TBJX0160ZW_0044_2

直平分线l交半径OQ于点P(见图2－45)，当Q点在圆周上运动时，求点P的轨迹方程．



分析：

∵点P在AQ的垂直平分线上，

∴|PQ|=|PA|．

又P在半径OQ上．

∴|PO|+|PQ|=R，即|PO|+|PA|=R．

故P点到两定点距离之和是定值，可用椭圆定义

写出P点的轨迹方程．

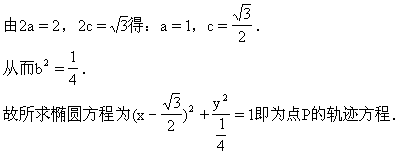
解：连接PA ∵l⊥PQ，∴|PA|=|PQ|．

又P在半径OQ上．

∴|PO|+|PQ|=2．

TBJX0160ZW_0044_4

由椭圆定义可知：P点轨迹是以O、A为焦点的椭圆．



3．相关点法

若动点P(x，y)随已知曲线上的点Q(x0，y0)的变动而变动，且x0、y0可用x、y表示，则将Q点坐标表达式代入已知曲线方程，即得点P的轨迹方程．这种方法称为相关点法(或代换法)．

例3　 已知抛物线y2=x+1，定点A(3，1)、B为抛物线上任意一点，点P在线段AB上，且有BP∶PA=1∶2，当B点在抛物线上变动时，求点P的轨迹方程．

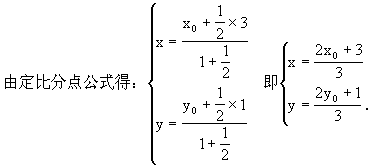
分析：

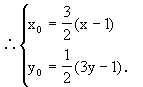
P点运动的原因是B点在抛物线上运动，因此B可作为相关点，应先找出点P与点B的联系．

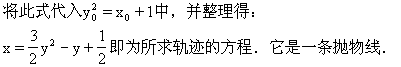
解：设点P(x，y)，且设点B(x0，y0)

TBJX0160ZW_0044_6

∵BP∶PA=1∶2，且P为线段AB的内分点．







4．待定系数法

求圆、椭圆、双曲线以及抛物线的方程常用待定系数法求．

例4　 已知抛物线y2=4x和以坐标轴为对称轴、实轴在y轴上的双曲

TBJX0160ZW_0044_10

曲线方程．

分析：

因为双曲线以坐标轴为对称轴，实轴在y轴上，所以可设双曲线方

TBJX0160ZW_0044_11

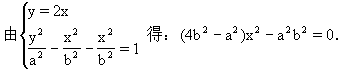
TBJX0160ZW_0044_12

ax2-4b2x+a2b2=0

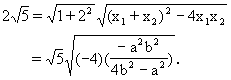
∵抛物线和双曲线仅有两个公共点，根据它们的对称性，这两个点的横坐标应相等，因此方程ax2-4b2x+a2b2=0应有等根．

∴△=1664-4a2b2=0，即a2=2b．

(以下由学生完成)



由弦长公式得：



即a2b2=4b2-a2．

