**曲线与方程难题-高中数学选修2-1第二章**

1．已知坐标满足方程*F*(*x*，*y*)＝0的点都在曲线*C*上，那么 (　　)．

A．曲线*C*上的点的坐标都适合方程*F*(*x*，*y*)＝0

B．凡坐标不适合*F*(*x*，*y*)＝0的点都不在*C*上

C．不在*C*上的点的坐标必不适合*F*(*x*，*y*)＝0

D．不在*C*上的点的坐标有些适合*F*(*x*，*y*)＝0，有些不适合*F*(*x*，*y*)＝0

解析　条件中“坐标满足方程*F*(*x*，*y*)＝0的点都在曲线*C*上”，只满足了曲线和方程概

念的一个条件，并不满足“曲线*C*上的所有点的坐标都是方程*F*(*x*，*y*)＝0的解”，所以

A是错误的，也就是说有可能存在曲线*C*上某个点，它的坐标不是方程*F*(*x*，*y*)＝0的解，

因此B是错误的．由条件知C是正确的．

答案　C

2．下列选项中方程表示图中曲线的是 (　　)．

SX7

解析　对于A，*x*2＋*y*2＝1表示一个整圆；对于B，*x*2－*y*2＝(*x*＋*y*)(*x*－*y*)＝0，表示两条相

交直线；对于D，由lg *x*＋lg *y*＝0知*x*>0，*y*>0.

答案　C

3．方程*x*2＋*xy*＝*x*表示的曲线是 (　　)．

A．一个点 B．一条直线

C．两条直线 D．一个点和一条直线

解析　由*x*2＋*xy*＝*x*，得*x*(*x*＋*y*－1)＝0，即*x*＝0或*x*＋*y*－1＝0.由此知方程*x*2＋*xy*＝*x*表

示两条直线．故选C.

答案　C

4．点*A*(1，－2)在曲线*x*2－2*xy*＋*ay*＋5＝0上，则*a*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析　由题意可知点(1，－2)是方程*x*2－2*xy*＋*ay*＋5＝0的一组解，即1＋4－2*a*＋5＝0，

解得*a*＝5.

答案　5

5．方程*y*＝所表示的曲线是\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析　*y*＝＝|*x*－1|.

答案　以(1，0)为端点的两条射线

6．方程(*x*＋*y*－1)＝0表示什么曲线？

解　由(*x*＋*y*－1)＝0可得

或*x*2＋*y*2－4＝0，即或*x*2＋*y*2＝4，

由圆*x*2＋*y*2＝4的圆心到直线*x*＋*y*－1＝0的距离*d*＝＝<2得

直线与圆相交，所以表示直线*x*＋*y*－1＝0在圆*x*2

＋*y*2＝4上和外面的部分，*x*2＋*y*2＝4表示圆心在坐标原点，半径为2的圆．

所以原方程表示圆心在坐标原点，半径为2的圆和斜率为－1，纵截距为1的直线在圆*x*2＋*y*2＝4的外面的部分，如图所示．

综合提高（限时25分钟）

7．方程(*x*2－4)2＋(*y*2－4)2＝0表示的图形是 (　　)．

A．两个点 B．四个点

C．两条直线 D．四条直线

解析　由已知∴即或

或或选B.

答案　B

8．下面四组方程表示同一条曲线的一组是 (　　)．

A．*y*2＝*x*与*y*＝

B．*y*＝lg *x*2与*y*＝2lg *x*

C.＝1与lg (*y*＋1)＝lg (*x*－2)

D．*x*2＋*y*2＝1与|*y*|＝

解析　主要考虑*x*与*y*的范围．

答案　D

9．已知方程①*x*－*y*＝0；②－＝0；③*x*2－*y*2＝0；④＝1，其中能表示直角坐标系的第一、三象限的角平分线*C*的方程的序号是\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析　①是正确的；②不正确，如点(－1，－1)在第三象限的角平分线上，但其坐标不

满足方程－＝0；③不正确．如点(－1，1)满足方程*x*2－*y*2＝0，但它不在曲线*C*上；

④不正确．如点(0，0)在曲线*C*上，但其坐标不满足方程＝1.

答案　①

10．方程|*x*－1|＋|*y*－1|＝1所表示的图形是\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析　当*x*≥1，*y*≥1时，原方程为*x*＋*y*＝3；

当*x*≥1，*y*<1时，原方程为*x*－*y*＝1；

当*x*<1，*y*≥1时，原方程为－*x*＋*y*＝1；

当*x*<1，*y*<1时，原方程为*x*＋*y*＝1.

画出方程对应的图形，如图所示为正方形．

SX9

答案　正方形

11．已知*P*(*x*0，*y*0)是曲线*f*(*x*，*y*)＝0和曲线*g*(*x*，*y*)＝0的交点，求证：点*P*在曲线*f*(*x*，*y*)＋*λg*(*x*，*y*)＝0(*λ*∈**R**)上．

证明　∵*P*是曲线*f*(*x*，*y*)＝0和曲线*g*(*x*，*y*)＝0的交点，

∴*P*在曲线*f*(*x*，*y*)＝0上，即*f*(*x*0，*y*0)＝0，

且*P*在曲线*g*(*x*，*y*)＝0上，即*g*(*x*0，*y*0)＝0，

∴*f*(*x*0，*y*0)＋*λg*(*x*0，*y*0)＝0＋*λ*·0＝0，

∴点*P*在曲线*f*(*x*，*y*)＋*λg*(*x*，*y*)＝0(*λ*∈**R**)上．

12．(创新拓展)已知曲线*C*的方程为*x*＝，说明曲线*C*是什么样的曲线，并求该曲线与*y*轴围成的图形的面积．

解　由*x*＝，得*x*2＋*y*2＝4.

又*x*≥0，∴方程*x*＝表示的曲线是以原点为圆心，2为半径的右半圆，从而该曲线*C*与*y*轴围成的图形是半圆，其面积*S*＝π·4＝2π.

所以所求图形的面积为2π.