**充分条件与必要条件难题-高中数学选修2-1第一章**

设*x*∈R，则*x*>2的一个必要不充分条件是(　　)

A．*x*>1 B．*x*<1

C．*x*>3 D．*x*<3

解析：选A.*x*>2⇒*x*>1，但*x*>1*x*>2.

(2012·杭州质检)函数*f*(*x*)＝*ax*2＋*bx*＋*c*(*a*≠0)的图象关于*y*轴对称的充要条件是(　　)

A．*b*＝*c*＝0 B．*b*＝0且*c*≠0

C．*b*＝0 D．*b*≥0

解析：选C.*f*(*x*)关于*y*轴对称⇔－＝0⇔*b*＝0.

已知*p*：*α*≠*β*，*q*：cos*α*≠cos*β*，则*p*是*q*的(　　)

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件

C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

解析：选B.￢*p*：*α*＝*β*；￢*q*：cos*α*＝cos*β*，

显然綈*p*⇒￢*q*成立，但￢*q*￢*p*，

∴￢*q*是￢*p*的必要不充分条件，即*p*是*q*的必要不充分条件．

用符号“⇒”或“”填空．

(1)*a*>*b*\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*ac*2>*bc*2；

(2)*ab*≠0\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_*a*≠0.

解析：(1)当*c*≠0时，*a*>*b*⇒*ac*2>*bc*2；

当*c*＝0时，*ac*2＝*bc*2.

∴*a*>*b* *ac*2>*bc*2.

(2)当*ab*≠0时，*a*≠0，且*b*≠0，

∴*ab*≠0⇒*a*≠0.

答案：(1)  　(2)⇒

已知直线*l*1：*x*＋*ay*＋6＝0和*l*2：(*a*－2)*x*＋3*y*＋2*a*＝0，则*l*1∥*l*2的充要条件是*a*＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析：由1×3－*a*×(*a*－2)＝0得*a*＝3或－1，而*a*＝3时，两条直线重合，所以*a*＝－1.

答案：－1

指出下列各组命题中，*p*是*q*的什么条件(充分不必要条件，必要不充分条件，充要条件，既不充分也不必要条件)?

(1)*p*：△*ABC*中，*b*2>*a*2＋*c*2，*q*：△*ABC*为钝角三角形；

(2)*p*：△*ABC*有两个角相等，*q*：△*ABC*是正三角形；

(3)若*a*，*b*∈R，*p*：*a*2＋*b*2＝0，*q*：*a*＝*b*＝0；

(4)*p*：△*ABC*中，∠*A*≠30°，*q*：sin*A*≠.

解：(1)△*ABC*中，∵*b*2>*a*2＋*c*2，∴cos*B*＝<0，∴*B*为钝角，即△*ABC*为钝角三角形，反之，若△*ABC*为钝角三角形，*B*可能为锐角，这时*b*2<*a*2＋*c*2，

∴*p*⇒*q*，*q* *p*，故*p*是*q*的充分不必要条件．

(2)有两个角相等不一定是等边三角形，反之一定成立，

∴*p**q*，*q*⇒*p*，故*p*是*q*的必要不充分条件．

(3)若*a*2＋*b*2＝0，则*a*＝*b*＝0，故*p*⇒*q*，若*a*＝*b*＝0，则*a*2＋*b*2＝0，即*q*⇒*p*，所以*p*是*q*的充要条件．

(4)转化为△*ABC*中sin*A*＝是∠*A*＝30°的什么条件．

∵∠*A*＝30°⇒sin*A*＝，

但是sin*A*＝∠*A*＝30°，

∴△*ABC*中sin*A*＝是∠*A*＝30°的必要不充分条件，

即*p*是*q*的必要不充分条件．

(2012·重庆调研)给出下列各组条件：

(1)*p*：*ab*＝0，*q*：*a*2＋*b*2＝0；

(2)*p*：*xy*≥0，*q*：|*x*|＋|*y*|＝|*x*＋*y*|；

(3)*p*：*m*>0，*q*：方程*x*2－*x*－*m*＝0有实根；

(4)*p*：|*x*－1|>2，*q*：*x*<－1.

其中*p*是*q*的充要条件的有(　　)

A．1组 B．2组

C．3组 D．4组

解析：选A.(1)*p**q*，而*q*⇒*p*，故*p*是*q*的必要不充分条件．

(2)*p*⇒*q*，且*q*⇒*p*，故*p*是*q*的充要条件．

(3)Δ＝1＋4*m*，当*m*>0时，Δ>1，方程*x*2－*x*－*m*＝0有实根，所以*p*⇒*q*.反之不成立，所以*p*是*q*的充分不必要条件．

(4)*p*：|*x*－1|>2，即*x*>3或*x*<－1，∴*p**q*，而*q*⇒*p*.

∴*p*是*q*的必要不充分条件．

(2011·高考天津卷)设*x*，*y*∈R，则“*x*≥2且*y*≥2”是“*x*2＋*y*2≥4”的(　　)

A．充分而不必要条件 B．必要而不充分条件

C．充分必要条件 D．既不充分也不必要条件

解析：选A.*x*2＋*y*2≥4表示以原点为圆心，以2为半径的圆以及圆外的区域，即|*x*|≥2且|*y*|≥2，而*x*≥2且*y*≥2时，*x*2＋*y*2≥4，故A正确．

“*k*>4，*b*<5”是“一次函数*y*＝(*k*－4)*x*＋*b*－5的图象交*y*轴于负半轴，交*x*轴于正半轴”的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_条件．

解析：如果一次函数*y*＝(*k*－4)*x*＋*b*－5的图象交*y*轴于负半轴，交*x*轴于正半轴，则有*b*－5<0且*k*－4>0，得*b*<5，*k*>4；反之，当*b*<5时，*b*－5<0，即图象交*y*轴于负半轴，*k*>4时，*k*－4>0，即图象交*x*轴于正半轴．

因此“*k*>4，*b*<5”是“一次函数*y*＝(*k*－4)*x*＋*b*－5的图象交*y*轴于负半轴，交*x*轴于正半轴”的充要条件．

答案：充要

命题*p*：*x*>0，*y*<0，命题*q*：*x*>*y*，>，则*p*是*q*的什么条件？

解：*p*：*x*>0，*y*<0，则*q*：*x*>*y*，>成立；

反之，由*x*>*y*，>⇒>0，

因*y*－*x*<0，得*xy*<0，即*x*、*y*异号，

又*x*>*y*，得*x*>0，*y*<0.

所以“*x*>0，*y*<0”是“*x*>*y*，>”的充要条件．

(创新题)求关于*x*的方程*ax*2＋2*x*＋1＝0至少有一个负的实数根的充要条件．

解：当*a*＝0时，

*x*＝－符合题意．

当*a*≠0时，令*f*(*x*)＝*ax*2＋2*x*＋1，

由于*f*(0)＝1>0，

∴当*a*>0时，Δ＝4－4*a*≥0，且－<0，即0<*a*≤1.

当*a*<0，*f*(0)＝1，Δ＝4－4*a*>0，

所以方程恒有负实数根．

综上所述，*a*≤1为所求．