**命题及其关系解题方法与技巧-高中数学选修2-1第一章**

一个区别

否命题与命题的否定是两个不同的概念：①否命题是将原命题的条件否定作为条件，将原命题的结论否定作为结论构造的一个新的命题；②命题的否定只是否定命题的结论，常用于反证法．

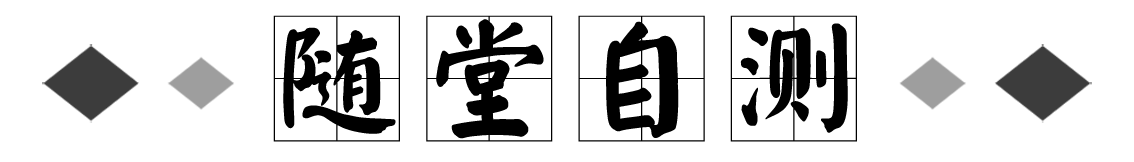
两条规律

1. 逆命题与否命题互为逆否命题； (2)互为逆否命题的两个命题同真假．
2. 三种方法

充分条件、必要条件的判断方法

(1)定义法：直接判断“若p则q”“若q则p”的真假．并注意和图示相结合，例如“p⇒q”为真，则p是q的充分条件． (2)等价法：利用p⇒q与¬q⇒¬p，q⇒p与¬p⇒¬q，p⇔q与¬q⇔¬p的等价关系，对于条件或结论是否定式的命题，一般运用等价法．

(3)集合法：若A⊆B，则A是B的充分条件或B是A的必要条件；若A＝B，则A是B的充要条件．



(2011·高考陕西卷)设*a*，*b*是向量，命题“若*a*＝－*b*，则|*a*|＝|*b*|”的逆命题是(　　)

A．若*a*≠－*b*，则|*a*|≠|*b*|

B．若*a*＝－*b*，则|*a*|≠|*b*|

C．若|*a*|≠|*b*|，则*a*≠－*b*

D．若|*a*|＝|*b*|，则*a*＝－*b*

解析：选D.只需将原命题的结论变为新命题的条件，同时将原命题的条件变成新命题的结论即可，即“若|*a*|＝|*b*|，则*a*＝－*b*.”

命题“对于正数*a*，若*a*>1，则lg *a*>0”及其逆命题、否命题、逆否命题四种命题中真命题的个数为(　　)

A．1　　　　　　　　　　 B．2

C．3 D．4

解析：选D.原命题“对于正数*a*，若*a*>1，则lg *a*>0”是真命题；逆命题“对于正数*a*，若lg *a*>0，则*a*>1”是真命题；否命题“对于正数*a*，若*a*≤1，则lg *a*≤0”是真命题；逆否命题“对于正数*a*，若lg *a*≤0，则*a*≤1”是真命题．

命题“若*A*∪*B*＝*B*，则*A*⊆*B*”的否命题是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案：若*A*∪*B*≠*B*，则*A*⃘*B*

(2012·聊城质检)给定下列命题：

①“若*k*>0，则方程*x*2＋2*x*－*k*＝0有实数根”的逆否命题；

②若*f*(*x*)＝cos *x*，则*f*(*x*)为周期函数；

③“若*A*＝*B*，则sin *A*＝sin *B*”的逆命题；

④“若*xy*＝0，则*x*、*y*中至少有一个为0”的否命题．

其中真命题的序号是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析：①中∵Δ＝4－4(－*k*)＝4＋4*k*>0，∴原命题为真．

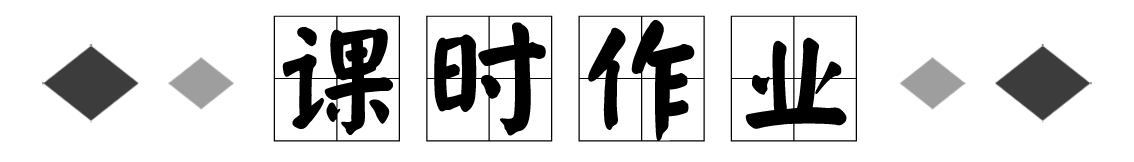
∴①是真命题．

②是真命题．

③逆命题：“若sin *A*＝sin *B*，则*A*＝*B*”是假命题．

④否命题：“若*xy*≠0，则*x*、*y*都不为零”是真命题．

答案：①②④



[A级　基础达标]

若“*x*>*y*，则*x*2>*y*2”的逆否命题是(　　)

A．若*x*≤*y*，则*x*2≤*y*2　　　　 B．若*x*>*y*，则*x*2<*y*2

C．若*x*2≤*y*2，则*x*≤*y* D．若*x*<*y*，则*x*2<*y*2

解析：选C.由互为逆否命题的定义可知，把原命题的条件的否定作为结论，原命题的结论的否定作为条件即可得逆否命题．

命题“若*a*∉*A*，则*b*∈*B*”的否命题是(　　)

A．若*a*∉*A*，则*b*∉*B* B．若*a*∈*A*，则*b*∉*B*

C．若*b*∈*B*，则*a*∉*A* D．若*b*∉*B*，则*a*∉*A*

解析：选B.命题“若*p*，则*q*”的否命题是“若￢*p*，则￢*q*”，“∈”与“∉”互为否定形式．

(2012·保定质检)下列说法中错误的是(　　)

A．命题“*a*，*b*，*c*中至少有一个等于0”的否命题是“*a*，*b*，*c*中没有一个等于0”

B．命题“若*x*>1，则*x*－1>0”的否命题是“若*x*<1，则*x*－1<0”

C．命题“0，－2，0.4都是偶数”的否命题是“0，－2，0.4不都是偶数”

D．命题“*x*＝－4是方程*x*2＋3*x*－4＝0的根”的否命题是“*x*＝－4不是方程*x*2＋3*x*－4＝0的根”

解析：选B.命题“若*x*>1，则*x*－1>0”的否命题应该是“若*x*≤1，则*x*－1≤0”．

“若*a*>1，则*a*2>1”的逆否命题是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，为\_\_\_\_\_\_\_\_(填“真”或“假”)命题．

解析：原命题为真命题，则其逆否命题也是真命题．

答案：若*a*2≤1，则*a*≤1　真

命题“当*AB*＝*AC*时，△*ABC*是等腰三角形”与它的逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中，真命题有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_个．

解析：原命题为真命题，逆命题“当△*ABC*是等腰三角形时，*AB*＝*AC*”为假命题，否命题“当*AB*≠*AC*时，△*ABC*不是等腰三角形”为假命题，逆否命题“当△*ABC*不是等腰三角形时，*AB*≠*AC*”为真命题．

答案：2

已知命题*P*：“若*ac*≥0，则二次方程*ax*2＋*bx*＋*c*＝0没有实根”．

(1)写出命题*P*的否命题；

(2)判断命题*P*的否命题的真假，并证明你的结论．

解：(1)命题*P*的否命题为：“若*ac*<0，则二次方程*ax*2＋*bx*＋*c*＝0有实根．”

(2)命题*P*的否命题是真命题．

证明如下：

∵*ac*<0，

∴－*ac*>0⇒Δ＝*b*2－4*ac*>0⇒二次方程*ax*2＋*bx*＋*c*＝0有实根．

∴该命题是真命题．

[B级　能力提升]

若命题*p*的逆命题是*q*，命题*q*的否命题是*x*，则*x*是*p*的(　　)

A．逆命题 B．否命题

C．逆否命题 D．以上判断都不正确

解析：选C.根据四种命题的关系，结合具体的例子可知，命题*p*与命题*x*是互为逆否命题．

下列命题中，是真命题的是(　　)

A．命题“给定平面*α*，*β*，*γ*，若*α*⊥*γ*，*β*⊥*γ*，则*α*∥*β*.”

B．命题“若*b*＝3，则*b*2＝9”的逆命题

C．命题“若*x*＝2，则*x*2－3*x*＋2＝0”的否命题

D．命题“相似三角形的对应角相等”的逆否命题

解析：选D.对于A，*α*、*β*的位置关系不确定，所以为假命题；对于B，逆命题是“若*b*2＝9，则*b*＝3”，它未必成立，因为*b*还可能等于－3，所以为假命题；对于C，否命题是“若*x*≠2，则*x*2－3*x*＋2≠0”，而*x*＝1也可以使*x*2－3*x*＋2＝0成立，所以为假命题；对于D，逆否命题是“若两个三角形对应角不相等，则这两个三角形不相似”，为真命题．

(2012·淄博调研)给出下面三个命题：①函数*y*＝tan *x*在第一象限是增函数；②奇函数的图象一定过原点；③“若0<log*ab*<1，则*a*>*b*>1”的逆命题．其中是真命题的是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．(填序号)

解析：①是假命题，举反例：*x*＝2π＋和，tan＝，tan＝1，2π＋>，但tan<tan.②是假命题，反例：*y*＝是奇函数，但不过原点．③的逆命题是“若*a*>*b*>1，则0<log*ab*<1”，由对数函数的图象及单调性可知是真命题．

答案：③

判断下列命题的真假：

(1)“若*x*∈*A*∪*B*，则*x*∈*B*”的逆命题与逆否命题；

(2)“若自然数能被6整除，则自然数能被2整除”的逆命题．

解：(1)逆命题：若*x*∈*B*，则*x*∈*A*∪*B*.根据集合“并”的定义．逆命题为真．逆否命题：若*x*∉*B*，则*x*∉*A*∪*B*.逆否命题为假．如2∉{1，5}＝*B*，*A*＝{2，3}，但2∈*A*∪*B*.

(2)逆命题：若自然数能被2整除，则自然数能被6整除．逆命题为假．反例：2，4，14，22等都不能被6整除．

(创新题)判断命题“若*m*>0，则方程*x*2＋2*x*－3*m*＝0有实数根”的逆否命题的真假．

解：∵*m*>0，

∴12*m*>0，∴12*m*＋4>0.

∴方程*x*2＋2*x*－3*m*＝0的判别式

Δ＝12*m*＋4>0.

∴原命题“若*m*>0，则方程*x*2＋2*x*－3*m*＝0有实数根”为真命题．

又因原命题与它的逆否命题等价，所以“若*m*>0，则方程*x*2＋2*x*－3*m*＝0有实数根”的逆否命题也为真命题．