**复数代数形式的四则运算难题-高中数学选修1-2第三章**

1．已知复数*z*满足*z*＋i－3＝3－i，则*z*等于

(　　)．

A．0 B．2i

C．6 D．6－2i

解析　*z*＝3－i－(i－3)＝6－2i.

答案　D

2．*A*，*B*分别是复数*z*1，*z*2在复平面内对应的点，*O*是原点，若|*z*1＋*z*2|＝|*z*1－*z*2|，则三角形*AOB*一定是

(　　)．

A．等腰三角形 B．直角三角形

C．等边三角形 D．等腰直角三角形

解析　根据复数加(减)法的几何意义，知以，为邻边所作的平行四边形的对角线相等，则此平行四边形为矩形，故三角形*OAB*为直角三角形．

答案　B

3．已知*z*1＝2＋i，*z*2＝1＋2i，则复数*z*＝*z*2－*z*1对应的点位于

(　　)．

A．第一象限 B．第二象限

C．第三象限 D．第四象限

解析　*z*＝*z*2－*z*1＝(1＋2i)－(2＋i)＝－1＋i，实部小于零，虚部大于零，故位于第二象限．

答案　B

4．若*z*1＝2－i，*z*2＝－＋2i，则*z*1，*z*2在复平面上所对应的点为*Z*1、*Z*2，这两点之间的距离为\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析　||＝ ＝.

答案

5．已知*z*1＝*a*＋(*a*＋1)i，*z*2＝－3*b*＋(*b*＋2)i(*a*，*b*∈**R**)，若*z*1－*z*2＝4，则*a*＋*b*＝\_\_\_\_\_\_\_\_.

解析　∵*z*1－*z*2＝*a*＋(*a*＋1)i－[－3*b*＋(*b*＋2)i]＝＋(*a*－*b*－1)i＝4，

由复数相等的条件知 解得

∴*a*＋*b*＝3.

答案　3

6．已知*z*，*ω*为复数，(1＋3i)*z*为纯虚数，*ω*＝，且|*ω*|＝5，求*ω*.

解　设*z*＝*a*＋*b*i(*a*，*b*∈**R**)，则(1＋3i)*z*＝*a*－3*b*＋(3*a*＋*b*)i，由题意得*a*＝3*b*≠0.

∵|*ω*|＝＝5，

∴|*z*|＝＝5，

将*a*＝3*b*代入上式，得或

故*ω*＝±＝±(7－i)．

7．设*z*∈**C**，且|*z*＋1|－|*z*－i|＝0，则|*z*＋i|的最小值为

(　　)．

A．0 B．1

C. D.

解析　由|*z*＋1|＝|*z*－i|知，在复平面内，复数*z*对应的点的轨迹是以(－1,0)和(0,1)为端点的线段的垂直平分线，即直线*y*＝－*x*，而|*z*＋i|表示直线*y*＝－*x*上的点到点(0，－1)的距离，其最小值等于点(0，－1)到直线*y*＝－*x*的距离．

答案　C

8．复数*z*1、*z*2分别对应复平面内的点*M*1、*M*2，且|*z*1＋*z*2|＝|*z*1－*z*2|，线段*M*1*M*2的中点*M*对应的复数为4＋3i，则|*z*1|2＋|*z*2|2等于

(　　)．

A．10 B．25 C．100 D．200

解析　根据复数加减法的几何意义，由|*z*1＋*z*2|＝|*z*1－*z*2|知，以、为邻边的平行四边形是矩形(对角线相等)，即∠*M*1*OM*2为直角，*M*是斜边*M*1*M*2的中点，

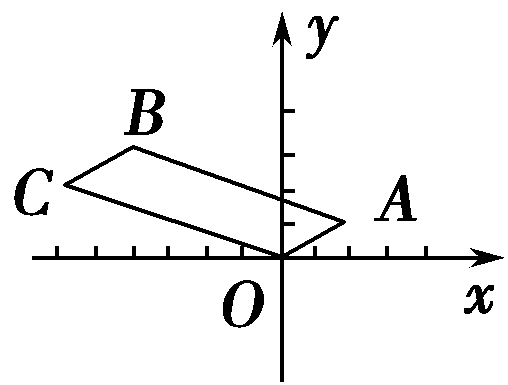
∵|*O*|＝＝5，

∴|*M*1*M*2|＝10.

∴|*z*1|2＋|*z*2|2＝||2＋||2＝||2＝100.

答案　C

9．在平行四边形*OABC*中，各顶点对应的复数分别为*zO*＝0，*zA*＝2＋i，*zB*＝－2*a*＋3i，*zC*＝－*b*＋*a*i，则实数*a*－*b*为\_\_\_\_\_\_\_\_．



解析　因为＋＝，所以2＋i＋(－*b*＋*a*i)＝－2*a*＋3i，所以得*a*－*b*＝－4.

答案　－4

10．复数*z*＝*x*＋*y*i(*x*，*y*∈**R**)满足条件|*z*－4i|＝|*z*＋2|，则2*x*＋4*y*的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

解析　方程|*z*－4i|＝|*z*＋2|表示线段*Z*1*Z*2(*Z*1(0,4)、*Z*2(－2,0))的中垂线，

易求其方程为*x*＋2*y*＝3.

∴2*x*＋4*y*＝2*x*＋22*y*≥2＝2

＝2＝4.

当且仅当2*x*＝22*y*，

即*x*＝2*y*且*x*＋2*y*＝3，

即*x*＝，*y*＝时取到最小值4.

答案　4

11．设*m*∈**R**，复数*z*1＝＋(*m*－15)i，*z*2＝－2＋*m*(*m*－3)i，若*z*1＋*z*2是虚数，求*m*的取值范围．

解　因为*z*1＝＋(*m*－15)i，

*z*2＝－2＋*m*(*m*－3)i，

所以*z*1＋*z*2＝＋[(*m*－15)＋*m*(*m*－3)]i

＝＋(*m*2－2*m*－15)i.

因为*z*1＋*z*2是虚数，

所以*m*2－2*m*－15≠0且*m*≠－2，

所以*m*≠5且*m*≠－3且*m*≠－2，

所以*m*的取值范围是

(－∞，－3)∪(－3，－2)∪(－2,5)∪(5，＋∞)．

12．(创新拓展)设*z*1、*z*2∈**C**，已知|*z*1|＝|*z*2|＝1，|*z*1＋*z*2|＝，求|*z*1－*z*2|.

解　法一　设*z*1＝*a*＋*b*i，*z*2＝*c*＋*d*i(*a*，*b*，*c*，*d*∈**R**)，由题设知*a*2＋*b*2＝1，*c*2＋*d*2＝1，(*a*＋*c*)2＋(*b*＋*d*)2＝2，

又由(*a*＋*c*)2＋(*b*＋*d*)2＝*a*2＋2*ac*＋*c*2＋*b*2＋2*bd*＋*d*2，可得2*ac*＋2*bd*＝0.

|*z*1－*z*2|2＝(*a*－*c*)2＋(*b*－*d*)2

＝*a*2＋*c*2＋*b*2＋*d*2－(2*ac*＋2*bd*)＝2，

∴|*z*1－*z*2|＝.

法二　∵|*z*1＋*z*2|2＋|*z*1－*z*2|2＝2(|*z*1|2＋|*z*2|2)，

∴将已知数值代入，可得|*z*1－*z*2|2＝2，

∴|*z*1－*z*2|＝.

法三　作出*z*1、*z*2对应的向量、，

使＋＝*O*.

∵|*z*1|＝|*z*2|＝1，又、不共线(若、共线，则|*z*1＋*z*2|＝2或0与题设矛盾)，

∴平行四边形*OZ*1*ZZ*2为菱形．

又∵|*z*1＋*z*2|＝，

∴∠*Z*1*OZ*2＝90°，

即四边形*OZ*1*ZZ*2为正方形，

故|*z*1－*z*2|＝.