**直接证明与间接证明难题-高中数学选修1-2第二章**

**1．命题“对于任意角*θ*，cos4*θ*－sin4*θ*＝cos 2*θ* ”的证明过程：“cos4*θ*－sin4*θ*＝(cos2*θ*－sin2*θ*)(cos2*θ*＋sin2*θ*)＝cos2*θ*－sin2*θ*＝cos 2*θ*”应用了(　　)**

**A．分析法**

**B．综合法**

**C．综合法与分析法结合使用**

**D．演绎法**

**解析：这是由已知条件入手利用有关的公式证得等式，应用了综合法，故选B.**

**答案：B**

**2．要证明＋<4可选择的方法有以下几种，其中最合理的为(　　)**

**A．综合法 B．分析法**

**C．比较法 D．归纳法**

**解析：要证明＋<4，只需证明(＋)2<16，即8＋2<16，即证明<4，亦即只需证明15<16，而15<16显然成立，故原不等式成立．因此利用分析法证明较为合理，故选B.**

**答案：B**

**3．已知*a*＞0，*a*－*b*＋*c*＜0，其中*a*，*b*，*c*均为实数，则一定有(　　)**

**A．*b*2－4*ac*＞0 B．*b*2－4*ac*≤0**

**C．*b*2－4*ac*＜0 D．*b*2－4*ac*≥0**

**答案：A**

**4．要使 －＜成立，则*a*，*b*应满足的条件是(　　)**

**A．*ab*＜0且*a*＞*b***

**B．*ab*＞0且*a*＞*b***

**C．*ab*＜0且*a*＜*b***

**D．*ab*＜0且*a*＜*b*或*ab*>0且*a*>*b***

**解析：思路不明确，用分析法寻求使不等式成立的条件．**

**－＜⇔*a*－*b*＋3－3＜*a*－*b*⇔＜，**

**∴当*ab*＞0时，有 ＜，即*b*＜*a*；**

**当*ab*＜0时，有 ＞，即*b*＞*a*.**

**所以选D.**

**答案：D**

**5．已知直线*l*，*m*与平面*α*，*β*，*γ*满足*β*∩*γ*＝*l*，*l*∥*α*，*m*⊂*α*和*m*⊥*γ*，那么必定有(　　)**

**A．*α*⊥*γ*且*l*⊥*m* B．*α*⊥*γ*且*m*∥*β***

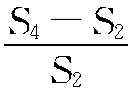
**C．*m*∥*β*且*l*⊥*m* D．*α*∥*β*且*α*⊥*γ***

**答案：A**

**6．已知*Sn*为等差数列{*an*}的前*n*项和，若*S*1＝1，＝4，则的值为(　　)**

**A. B.**

**C. D.4**

**解析：*S*2，*S*4－*S*2，*S*6－*S*4成等差数列，由＝4得＝3，则*S*6－*S*4＝5*S*2，所以*S*4＝4*S*2，*S*6＝9*S*2，＝.**

**答案：A**

**►素能提高**

**1．设*Sn*为等差数列{*an*}的前*n*项和，若*a*1＝1，公差*d*＝2，*Sk*＋2 －*Sk*＝24，则*k*＝(　　)**

**A．8 B．7 C．6 D．5**

**答案：D**

**2．已知实数*a*，*b*，*c*满足*a*＋*b*＋*c*＝0，*abc*＞0，则＋＋的值(　　)**

**A．一定是正数**

**B．一定是负数**

**C．可能是0**

**D．正负不能定**

**解析：取特殊值．如取*a*＝2，*b*＝－1，*c*＝－1知选B.**

**答案：B**

**3．已知*a*>0，*b*>0，*m*＝lg，*n*＝lg，则*m*与*n*的大小关系为\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**解析：因为2＝>2**

**所以>.又因为*y*＝lg *x*为增函数，**

**所以有*m*>*n*.**

**答案：*m*＞*n***

**4．若平面内＋＋＝0，且＝＝，则△*P*1*P*2*P*3的形状一定是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**解析：设＝＝＝*r*，**

**所以*P*1，*P*2，*P*3均在以*O*为圆心，*r*为半径的圆上，**

**又因为＋＋＝0，**

**所以有＝＝*r*，**

**即有2＋2·＋2＝*r*2，**

**所以·＝－，**

**即cos∠*P*1*OP*2＝＝－，**

**所以∠*P*1*OP*2＝120°，故∠*P*1*P*3*P*2＝60°.**

**同理可证∠*P*2*P*1*P*3＝60°，故△*P*1*P*2*P*3是正三角形．**

**答案：正三角形**

**5．函数*y*＝*a*1－*x*(*a*＞0，*a*≠1)的图象恒过定点*A*(1,1)，若点*A*在直线*mx*＋*ny*－1＝0(*mn*＞0)上，则＋的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**解析：由于*y*＝*a*1－*x*恒过点*A*(1,1)，而点*A*在直线上，则*m*＋*n*－1＝0，即*m*＋*n*＝1，**

**所以，＋＝＋＝2＋＋≥2＋＝4，**

**当且仅当*m*＝*n*＝时，＋取得最小值4.**

**答案：4**

**6．在△*ABC*中，三个内角*A*，*B*，*C*对应的边分别为*a*，*b*，*c*，且*A*，*B*，*C*成等差数列，*a*，*b*，*c*也成等差数列．求证：△*ABC*为等边三角形．**

**证明：由*A*，*B*，*C*成等差数列知，*B*＝，由余弦定理知*b*2＝*a*2＋*c*2－*ac*，**

**又*a*，*b*，*c*也成等差数列，∴*b*＝，**

**代入上式得＝*a*2＋*c*2－*ac*，**

**整理得3(*a*－*c*)2＝0，∴*a*＝*c*，从而*A*＝*C*，**

**而*B*＝，则*A*＝*B*＝*C*＝，**

**从而△*ABC*为等边三角形．**

**7．如图，长方体*ABCD*­*A*1*B*1*C*1*D*1中，*AB*＝*AA*1＝1，*AD*＝2，*E*是*BC*的中点．**

**(1)求证：直线*BB*1∥平面*D*1*DE*；**

**证明：在长方体*ABCD*­*A*1*B*1*C*1*D*1中，*BB*1∥*DD*1，**

**又∵*BB*1⊄平面*D*1*DE*，*DD*1⊂平面*D*1*DE*，**

**∴直线*BB*1∥平面*D*1*DE*.**

**(2)求证：平面*A*1*AE*⊥平面*D*1*DE*；**

**证明：在长方形*ABCD*中，∵*AB*＝*AA*1＝1，*AD*＝2，**

**∴*AE*＝*DE*＝，**

**∴*AE*2＋*DE*2＝4＝*AD*2，故*AE*⊥*DE*，**

**∵在长方体*ABCD*­*A*1*B*1*C*1*D*1中有*DD*1⊥平面**

***ABCD*，*AE*⊂平面*ABCD*，**

**∴*DD*1⊥*AE*.**

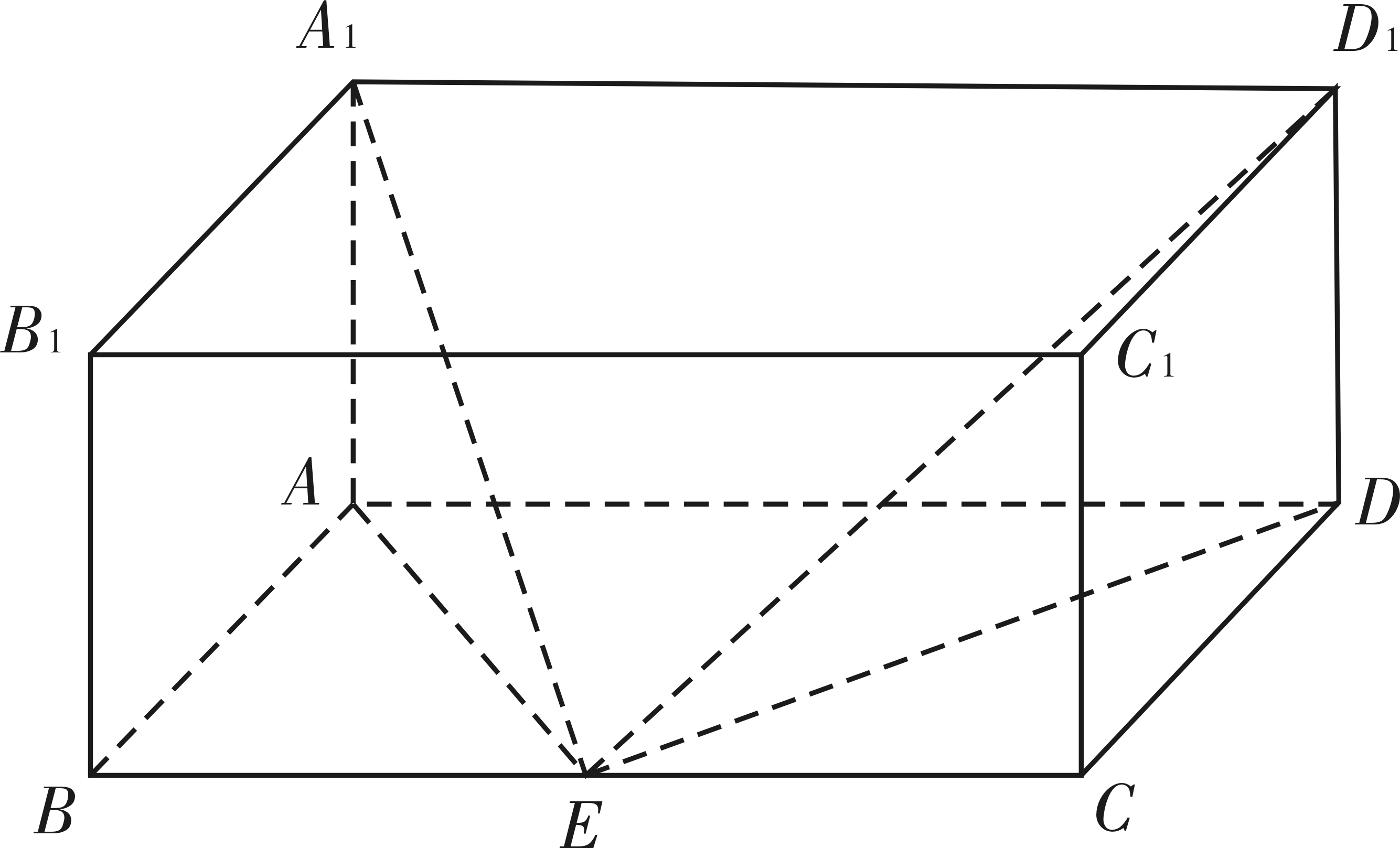
**又∵*DD*1∩*DE*＝*D*，**

**∴直线*AE*⊥平面*D*1*DE*，**

**而*AE*⊂平面*A*1*AE*，**

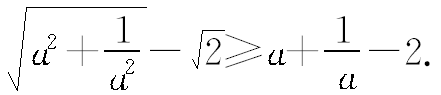
**所以平面*A*1*AE*⊥平面*D*1*DE*.**

**(3)求三棱锥*A*­*A*1*DE*的体积．**

****

**解析：*VAA*1*DE*＝*VA*1-*ADE*＝*AA*1×*S*△*ADE*＝×1××1×2＝.**

**8．用分析法证明：若*a*>0，则－≥*a*＋－2.**

****

**证明：要证 －≥*a*＋－2，**

**只需证 ＋2≥*a*＋＋.**

**∵*a*>0，∴两边均大于零，因此只需证**

**2≥2，**

**只需证*a*2＋ ＋4＋4≥*a*2＋＋2＋2＋2，**

**只需证 ≥，只需证*a*2＋≥，**

**即证*a*2＋≥2，它显然成立．**

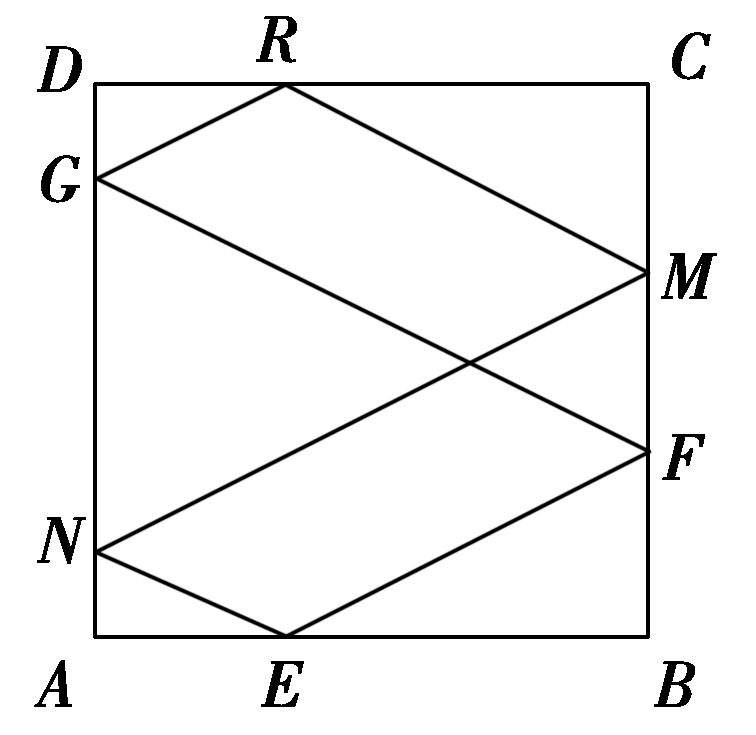
**∴原不等式成立．**

**►品味高考**

**1．正方形*ABCD*的边长为1，点*E*在边*AB*上，点*F*在边*BC*上，*AE*＝*BF*＝.动点*P*从*E*出发沿直线向*F*运动，每当碰到正方形的边时反弹，反弹时反射角等于入射角．当点*P*第一次碰到*E*时，*P*与正方形的边碰撞的次数为(　　)**

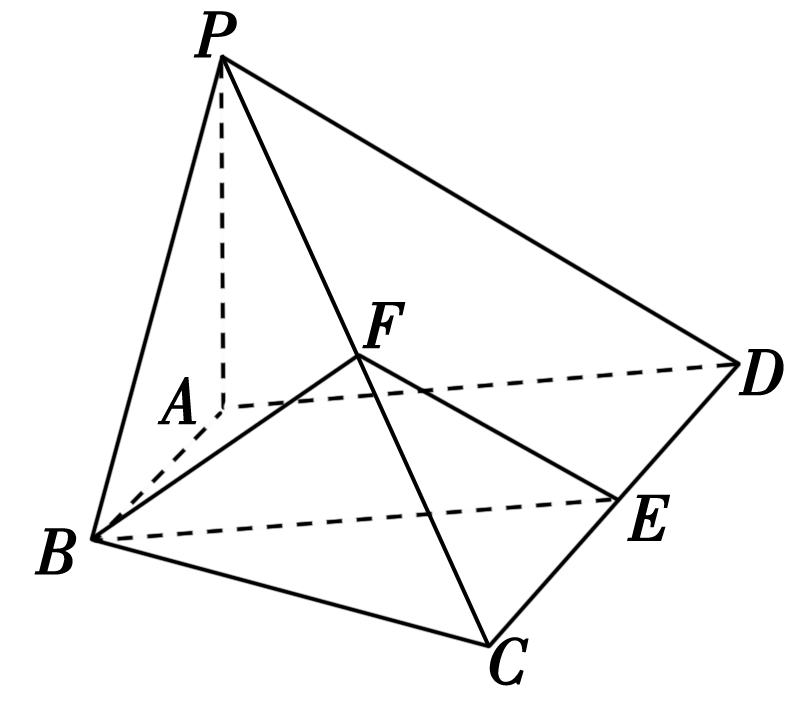
**A．8 B．6 C．4 D．3**

**解析：由反射角等于入射角，利用三角形的相似比，准确画图如图，碰撞的顺序是*E*→*F*→*G*→*R*→*M*→*N*→*E*.故选B.**

****

**答案：B**

**2.**

****

**如图，在四棱锥*P*－*ABCD*中，*AB*∥*CD*，*AB*⊥*AD*，*CD*＝2*AB*，平面*PAD*⊥底面*ABCD*，*PA*⊥*AD*.*E*和*F*分别是*CD*和*PC*的中点．求证：**

**(1)*PA*⊥底面*ABCD*；**

**证明：因为平面*PAD*⊥底面*ABCD*，且*PA*垂直于这两个平面的交线*AD*，所以*PA*⊥底面*ABCD*.**

**(2)*BE*∥平面*PAD*；**

**证明：因为*AB*∥*CD*，*CD*＝2*AB*，**

***E*为*CD*的中点，**

**所以*AB*∥*DE*，且*AB*＝*DE*.**

**所以*ABDE*为平行四边形．**

**所以*BE*∥*AD*.**

**又因为*BE*⊄平面*PAD*.**

**所以*BE*∥平面*PAD*.**

**(3)平面*BEF*⊥平面*PCD*.**

**证明：因为*AB*⊥*AD*，而且*ABED*为平行四边形，**

**所以*BE*⊥*CD*，*AD*⊥*CD*.**

**由(1)知*PA*⊥底面*ABCD*.**

**所以*PA*⊥*CD*.**

**所以*CD*⊥*PD*.**

**因为*E*和*F*分别是*CD*和*PC*的中点，**

**所以*PD*∥*EF*.**

**所以*CD*⊥*EF*.**

**所以*CD*⊥平面*BEF***

**所以平面*BEF*⊥平面*PCD*.**