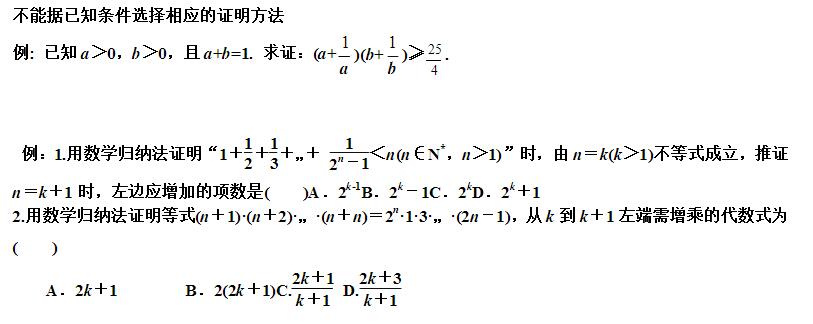
**直接证明与间接证明易错点-高中数学选修1-2第二章**

****

**►达标训练**

**1．“实数*a*，*b*，*c*不全为0”的意思为(　　)**

**A．*a*，*b*，*c*均不为0**

**B．*a*，*b*，*c*中至多有一个为0**

**C．*a*，*b*，*c*至少有一个为0**

**D．*a*，*b*，*c*至少有一个不为0**

**答案：D**

**2．下列命题中错误的是(　　)**

**A．三角形中至少有一个内角不小于60°**

**B．四面体的三组对棱都是异面直线**

**C．区间(*a*，*b*)上单调函数*f*(*x*)至多有一个零点**

**D．设*a*，*b*∈Z，若*a*＋*b*是奇数，则*a*，*b*中为奇数的一个也没有**

**答案：D**

**3．用反证法证明命题“如果*a*＞*b*，则＞”时，假设内容应是(　　)**

**A.＝　 B.＜**

**C.＝且＜ D.＝或＜**

**解析：容易知道，“＞”的否定是“＜或＝”，所以选D.**

**答案：D**

**4．如果两个实数之和为正数，则这两个数(　　)**

**A．至少有一个是正数**

**B．两个都是正数**

**C．一个是正数，一个是负数**

**D．两个都是负数**

**解析：假设两个都是负数，其和必为负数，矛盾，所以选A.**

**答案：A**

**5．用反证法证明命题“一个三角形不能有两个直角”的过程归纳为以下三个步骤：**

**①∠*A*＋∠*B*＋∠*C*＝90°＋90°＋∠*C*＞180°，这与三角形内角和为180°矛盾，所以∠*A*＝∠*B*＝90°不成立　②所以一个三角形中不能有两个直角　③假设∠*A*，∠*B*，∠*C*中有两个直角，不妨设∠*A*＝∠*B*＝90°**

**其中顺序正确的是(　　)**

**A．①②③ B．①③②**

**C．③①② D．③②①**

**解析：根据反证法的步骤，容易知道选C.**

**答案：C**

**6．否定结论“至多有两个解”的说法中，正确的是(　　)**

**A．有一个解 B．有两个解**

**C．至少有三个解 D．至少有两个解**

**答案：C**

**►素能提高**

**1．*a*＞0，*b*＞0，*c*＞0，则三个数*a*＋，*b*＋，*c*＋(　　)**

**A．都大于2**

**B．都小于2**

**C．至少有一个数不大于2**

**D．至少有一个数不小于2**

**解析：*a*＋＋*b*＋＋*c*＋＝＋＋≥2＋2＋2＝6.若三个数均小于2，则*a*＋＋*b*＋＋*c*＋＜6，矛盾，故选D.**

**答案：D**

**2．设椭圆＋＝1(*a*＞*b*＞0)的离心率为，右焦点为*F*(*c,*0)，方程*ax*2＋*bx*－*c*＝0的两个实根分别为*x*1和*x*2，则点*P*(*x*1，*x*2)(　　)**

**A．必在圆*x*2＋*y*2＝2上**

**B．必在圆*x*2＋*y*2＝2外**

**C．必在圆*x*2＋*y*2＝2内**

**D．以上三种情形都有可能**

**解析：∵*e*＝＝，**

**∴*a*＝2*c*，∴*b*2＝*a*2－*c*2＝3*c*2.**

**假设点*P*(*x*1，*x*2)不在圆*x*2＋*y*2＝2内，**

**则*x*＋*x*≥2，但*x*＋*x*＝(*x*1＋*x*2)2－2*x*1*x*2＝2＋＝＋＝＜2，矛盾．**

**∴假设不成立，∴点*P*必在圆*x*2＋*y*2＝2内．**

**故选C.**

**答案：C**

**3．在用反证法证明数学命题时，如果原命题的否定项不止一个时，必须将结论的否定情况逐一驳倒，才能肯定原命题的结论是正确的．例如：在△*ABC*中，若*AB*＝*AC*，*P*是△*ABC*内一点，∠*APB*＞∠*APC*，求证：∠*BAP*＜∠*CAP*.用反证法证明时应分：假设\_\_\_\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_\_\_\_两类．**

**解析：因为小于的否定是不小于，所以应填∠*BAP*＝∠*CAP*和∠*BAP*＞∠*CAP*.**

**答案：∠*BAP*＝∠*CAP*　∠*BAP*＞∠*CAP***

**4．完成下面的反证法证题的全过程．**

**已知：设*a*1，*a*2，…，*a*7是1,2，…，7的一个全排列．**

**求证：乘积*p*＝(*a*1－1)(*a*2－2)…(*a*7－7)为偶数．**

**证明：假设*p*为奇数，则\_\_\_\_\_\_①\_\_\_\_\_\_均为奇数，**

**因为奇数个奇数之和为奇数，故有奇数**

**＝\_\_\_\_\_\_\_\_②\_\_\_\_\_\_\_\_**

**＝\_\_\_\_\_\_\_\_③\_\_\_\_\_\_\_\_**

**＝0.**

**但奇数≠偶数，这一矛盾说明，*p*为偶数．**

**答案：①*a*1－1，*a*2－2，…，*a*7－7**

**②(*a*1－1)＋(*a*2－2)＋…＋(*a*7－7)**

**③(*a*1＋*a*2＋…＋*a*7)－(1＋2＋…＋7)**

**5．用反证法证明命题：“*a*，*b*∈N，*ab*可以被5整除，那么*a*，*b*中至少有一个能被5整除．”那么假设的内容是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．**

**解析：“至少有*n*个”的否定是“最多有*n*－1个”．**

**答案：*a*，*b*中没有一个能被5整除**

**6．用反证法证明：如果*a*＞*b*＞0，那么＞.**

**证明：假设不大于，即＜或＝.**

**∵*a*＞0，*b*＞0，∴＜⇒·＜·，·＜·⇒*a*＜，＜*b*⇒*a*＜*b*，＝⇒*a*＝*b*.这些都同已知条件*a*＞*b*＞0矛盾，即＞.**

**7．已知*a*，*b*，*c*均为实数，且*a*＝*x*2－2*y*＋，*b*＝*y*2－2*z*＋，*c*＝*z*2－2*x*＋.求证：*a*，*b*，*c*中至少有一个大于0.**

**证明：假设*a*，*b*，*c*都不大于0，即*a*≤0，*b*≤0，*c*≤0，**

**得*a*＋*b*＋*c*≤0，**

**而*a*＋*b*＋*c*＝(*x*－1)2＋(*y*－1)2＋(*z*－1)2＋*π*－3≥π－3>0，**

**即*a*＋*b*＋*c*>0，与*a*＋*b*＋*c*≤0矛盾，**

**∴*a*，*b*，*c*中至少有一个大于0.**

**8．已知*f*(*x*)＝*ax*＋(*a*＞1)，证明方程*f*(*x*)＝0没有负数根．**

**证明：假设*x*0是*f*(*x*)＝0的负数根，则*x*0＜0且*x*0≠－1且*ax*0＝－，**

**∴0＜*ax*0＜1⇒0＜－＜1，解得＜*x*0＜2，这与*x*0＜0矛盾，故方程*f*(*x*)＝0没有负数根．**

**点评：(1)凡是“至少”、“唯一”或含有否定词的命题从正面突破往往比较困难，适宜用反证法．即“正难则反”．(2)反证法步骤：假设结论不成立→推出矛盾→假设不成立．**

**►品味高考**

**1．(2013·四川卷)设函数*f*(*x*)＝(*a*∈R，e为自然对数的底数)．若存在*b*∈[0,1]，使*f*(*f*(*b*))＝*b*成立，则*a*的取值范围是(　　)**

**A．[1，e] B．[1,1＋e]**

**C．[e,1＋e] D．[0,1]**

**解析：易知*f*(*x*)＝在定义域内是增函数，**

**由*f*(*f*(*b*))＝*b*，猜想*f*(*b*)＝*b*.**

**反证法：若*f*(*b*)＞*b*，则*f*(*f*(*b*))＞*f*(*b*)＞*b*，与题意不符，**

**若*f*(*b*)＜*b*，则*f*(*f*(*b*))＜*f*(*b*)＜*b*，与题意也不符，**

**故*f*(*b*)＝*b*，**

**即*f*(*x*)＝*x*在[0,1]上有解．**

**∴＝*x*，**

***a*＝e*x*－*x*2＋*x*，**

**令*g*(*x*)＝e*x*－*x*2＋*x*，*g*′(*x*)＝e*x*－2*x*＋1＝(e*x*＋1)－2*x*，**

**当*x*∈[0,1]时，e*x*＋1≥2,2*x*≤2，**

***g*′(*x*)≥0，∴*g*(*x*)在[0,1]上是增函数，**

**∴*g*(0)≤*g*(*x*)≤*g*(1)⇒1≤*g*(*x*)≤e，**

**即1≤*a*≤e，故选A.**

**答案：A**

**2．设直线*l*1：*y*＝*k*1*x*＋1，*l*2：*y*＝*k*2*x*－1，其中实数*k*1，*k*2满足*k*1*k*2＋2＝0.**

**(1)证明*l*1与*l*2相交；**

**(2)证明*l*1与*l*2的交点在椭圆2*x*2＋*y*2＝1上．**

**分析：本题考查直线与直线的位置关系、线线相交的判断与证明、点在曲线上的判断与证明、椭圆方程等基本知识，考查推理论证能力和运算求解能力．**

**证明：(1)假设*l*1与*l*2不相交，则*l*1与*l*2平行，有*k*1＝*k*2，代入*k*1*k*2＋2＝0，得*k*＋2＝0，这与*k*1为实数的事实相矛盾，从而*k*1≠*k*2，即*l*1与*l*2相交．**

**(2)证法一　由方程组解得交点*P*的坐标(*x*，*y*)为.**

**而2*x*2＋*y*2＝2＋＝**

**＝＝1.**

**此即表明交点*P*(*x*，*y*)在椭圆2*x*2＋*y*2＝1上．**

**证法二　交点*P*的坐标(*x*，*y*)满足**

**故知*x*≠0，从而**

**代入*k*1*k*2＋2＝0，得**

**·＋2＝0，**

**整理后，得2*x*2＋*y*2＝1，**

### 所以交点*P*在椭圆2*x*2＋*y*2＝1上．

**s**